



**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY

**FAKULTA PODNIKATELSKÁ**

FACULTY OF BUSINESS AND MANAGEMENT

**ÚSTAV EKONOMIKY**

INSTITUTE OF ECONOMICS

**OPTIMALIZACE PORTFOLIA CENNÝCH PAPÍRŮ**

PORTFOLIO OPTIMIZATION

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

**Bc. Hana Šilarová**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**Mgr. Veronika Novotná, Ph.D.**

**BRNO 2017**

# Zadání diplomové práce

Ústav: Ústav ekonomiky  
Studentka: **Bc. Hana Šilarová**  
Studijní program: Ekonomika a management  
Studijní obor: Podnikové finance a obchod  
Vedoucí práce: **Mgr. Veronika Novotná, Ph.D.**  
Akademický rok: 2016/17

Ředitel ústavu Vám v souladu se zákonem č. 111/1998 Sb., o vysokých školách ve znění pozdějších předpisů a se Studijním a zkušebním řádem VUT v Brně zadává diplomovou práci s názvem:

## Optimalizace portfolia cenných papírů

### Charakteristika problematiky úkolu:

Úvod  
Cíle práce, metody a postupy zpracování  
Teoretická východiska práce  
Analýza problému  
Vlastní návrh  
Závěr  
Seznam použité literatury  
Přílohy

### Cíle, kterých má být dosaženo:

Cílem diplomové práce je sestavit optimální portfolio pro vybranou investiční společnost. Portfolio bude vytvořeno pomocí aplikace, uplatňující metody teorie portfolia a bude se skládat z akcií obchodovatelných na kapitálovém trhu.

### Základní literární prameny:

CIPRA, T. Matematika cenných papírů. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 2013. ISBN 978-8-7431-079-9.

FOCARDI, S. M. a F. J. FABOZZI. The mathematics of financial modeling and investment management. New Jersey: Wiley, 2004. ISBN 0471465992.

JÍLEK, J. Akciové trhy a investování. Praha: Grada, 2009. Finanční trhy a instituce. ISBN 978-80-2-7-2963-3.

REJNUŠ, O. Finanční trhy. 3., rozš. vyd. Ostrava: Key Publishing, 2011. Ekonomie (Key Publishing). ISBN 978-80-7418-128-3.

REVENDA, Z., M. MANDEL, J. KODERA, P. MUSÍLEK a P. DVOŘÁK. Peněžní ekonomie a bankovníctví. 5., aktualiz. vyd. - dotisk. Praha: Management Press, 2014. ISBN 978-80-7261-279-6.

Termín odevzdání diplomové práce je stanoven časovým plánem akademického roku 2016/17

V Brně dne 28.2.2017

L. S.

---

doc. Ing. Tomáš Meluzín, Ph.D.  
ředitel

---

doc. Ing. et Ing. Stanislav Škapa, Ph.D.  
děkan

## **Abstrakt**

Tato diplomová práce se zabývá problematikou teorie portfolia, pomocí níž jsou vytvořena pro vybranou investiční společnost optimální portfolia. Portfolia se skládají z akcií, se kterými je obchodováno na americké burze New York Stock Exchange a u kterých existují minimálně dvouleté historické hodnoty. Optimální portfolia jsou tvořena dvěma způsoby. Prvním způsobem je minimalizace rizika portfolia bez požadované výnosnosti a druhým způsobem je minimalizace rizika portfolia s předem stanovenou výnosností. Vše je tvořeno pomocí matematických metod, které zahrnují lineární algebru, optimalizaci a statistiku.

## **Abstract**

This master's thesis deals with problematics of portfolio theory, which helps to create optimal portfolios for the selected investment company. Portfolios consist of shares, which are traded on New York Stock Exchange and which include a historical value at least for two years. There are two ways of creating portfolios. The first way is the portfolio with minimal risk and no required return and the second way is the portfolio with minimal risk and required return. In this thesis are used mathematical methods, which include a linear algebra, an optimization and a statistics.

## **Klíčová slova**

akcie, burza, optimální portfolio, riziko, výnosnost

## **Key words**

shares, stock exchange, optimal portfolio, risk, return

### **Bibliografická citace**

ŠILAROVÁ, H. *Optimalizace portfolia cenných papírů*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta podnikatelská, 2017. 82 s. Vedoucí diplomové práce Mgr. Veronika Novotná, Ph.D..

### **Čestné prohlášení**

Prohlašuji, že předložená diplomová práce je původní a zpracovala jsem ji samostatně. Prohlašuji, že citace použitých pramenů je úplná, že jsem ve své práci neporušila autorská práva (ve smyslu Zákona č. 121/2000 Sb., o právu autorském a o právech souvisejících s právem autorským).

V Brně dne 10. května 2017

---

Hana Šilarová

## **Poděkování**

Tímto bych chtěla poděkovat paní Mgr. Veronice Novotné, Ph.D. za cenné rady, odbornou pomoc a ochotu při zpracování diplomové práce. Dále bych chtěla poděkovat rodině za podporu během studií.

# Obsah

Úvod.....	11
Cíl a metodika práce .....	12
1 Teoretická východiska .....	13
1.1 Trh cenných papírů .....	13
1.1.1 Druhy uzavíraných obchodů na trhu cenných papírů .....	13
1.1.2 Druhy veřejných trhů .....	14
1.2 Akcie .....	17
1.2.1 Druhy akcií .....	17
1.3 Podílové fondy .....	19
1.3.1 Investiční fondy .....	20
1.3.2 Investiční společnosti.....	20
1.3.3 Rozdělení podílových fondů .....	20
1.4 Teorie portfolia.....	21
1.4.1 Faktory individuální investiční strategie.....	22
1.4.2 Efektivní množina.....	29
1.4.3 Bezrizikové aktivum .....	29
1.4.4 Krátký prodej .....	30
1.4.5 Markowitzův model.....	30
1.5 Model CAPM.....	32
1.5.1 Přímka kapitálového trhu.....	33
1.5.2 Přímka trhu cenných papírů .....	34
2 Analýza problému.....	37
2.1 Akciové fondy.....	37
2.2 Výnosnosti a rizika cenných papírů .....	39
2.3 Kovarianční a korelační matice.....	39



2.4	Portfolio s minimálním rizikem – sell short povolen.....	40
2.5	Portfolio s minimálním rizikem – sell short zakázán.....	42
2.6	Aplikace koeficientu beta.....	43
3	Vlastní návrh.....	44
3.1	Amundi funds equity global gold mines .....	44
3.1.1	Výnosnosti a rizika změny výnosnosti cenný papírů.....	44
3.1.2	Kovarianční a korelační matice .....	46
3.1.3	Portfolio 1 s minimálním rizikem – sell short povolen .....	47
3.1.4	Portfolio 2 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem – sell short povolen .....	51
3.1.5	Portfolio 3 s minimálním rizikem – sell short zakázán .....	54
3.1.6	Portfolio 4 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem - sell short zakázán .....	55
3.1.7	Aplikace dosažených výsledků na budoucí hodnoty .....	57
3.1.8	Aplikace koeficientu beta .....	59
3.2	Amundi funds equity us relative value.....	59
3.2.1	Výnosnosti a rizika změny výnosnosti cenný papírů.....	60
3.2.2	Kovarianční a korelační matice .....	61
3.2.3	Portfolio 5 s minimálním rizikem – sell short povolen .....	62
3.2.4	Portfolio 6 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem – sell short povolen .....	65
3.2.5	Portfolio 7 s minimálním rizikem – sell short zakázán .....	68
3.2.6	Portfolio 8 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem – sell short zakázán .....	70
3.2.7	Aplikace dosažených výsledků na budoucí hodnoty .....	72
3.2.8	Aplikace koeficientu beta .....	74
	Závěr .....	75

Zdroje.....	77
Seznam tabulek .....	79
Seznam grafů .....	81
Seznam obrázků.....	82

## Úvod

Investování do nákupu cenných papírů se řadí mezi klasická témata matematické ekonomie a představuje možnost, jak značně navýšit své finanční prostředky buď pro samotné obohacení, nebo k dalšímu investování. Pro každého investora je v případě investování do cenných papírů nejdůležitější především celkový výnos a možné riziko, které pro něj znamená nejistotu budoucího výnosu, proto se ho snaží co nejvíce minimalizovat. Aby bylo možné dosáhnout určitého výnosu za předpokladu přiměřeného rizika, je nutné sestavit portfolio cenných papírů.

Portfolio představuje soubor investic, ve kterém je investovaná částka rozdělena do několika investičních cílů. Tomuto problému se věnuje teorie portfolio, která se zabývá kapitálovými trhy a aktivy, která se na kapitálových trzích obchodují. Snahou teorie portfolio je nalézt co nejlepší popis chování cen aktiv a určitou kombinaci aktiv, kterou je vhodné držet, aby mělo vytvořené portfolio předem určené vlastnosti. Díky vhodně sestavenému portfoliu je poté možná diverzifikace rizika, což znamená rozdělení rizika na co největší základnu a tím pádem jeho snížení. Cílem každého investora je tedy najít své optimální portfolio, ve kterém bude obsažen ten nejlepší poměr výnosů k rizikům.

## Cíl a metodika práce

Cílem diplomové práce je sestavit pro vybranou investiční společnost optimální portfolio, které uplatňuje metody teorie portfolia a skládá se z akcií, obchodovatelných na americké burze New York Stock Exchange. Optimální portfolio je vytvořeno dvěma způsoby. Prvním způsobem je minimalizace rizika portfolia bez požadované výnosnosti a druhým způsobem je minimalizace rizika portfolia s předem stanovenou výnosností.

Dílčím cílem práce je porovnat výnosnosti a rizika portfolií, která respektují předpoklad, že je na trhu povolena nebo zakázána operace sell short.

Dalším dílčím cílem je porovnání koeficientů beta, které informují o citlivosti aktiva na změnu výnosové míry tržního portfolia.

V práci je využita aplikace matematických metod, zahrnujících lineární algebru, optimalizaci a statistiku. Lineární algebra je využita k řešení algebraických rovnic, matic a determinantů. Optimalizace se zabývá stanovením a řešením účelových rovnic a jejich omezujících podmínek. Statistické výpočty zahrnují řešení charakteristik variability (rozptyl, směrodatná odchylka, kovariance a korelace) a charakteristik úrovně (průměr a střední hodnota).

# **1 Teoretická východiska**

V části teoretická východiska budou uvedeny teoretické poznatky, potřebné pro tuto práci.

## **1.1 Trh cenných papírů**

Trhem cenných papírů se rozumí systém tvořený ekonomickými subjekty a ekonomickými vztahy mezi nimi. Tento systém zabezpečuje soustředění, alokaci a realokaci volných finančních prostředků pomocí cenných papírů nebo instrumentů od nich odvozených. Díky němu jsou zde uskutečňovány neustálé obchodní transakce, lišící se svými parametry – druh obchodovatelných aktiv nebo druh uzavíraných obchodů. (REJNUŠ, 2001)

### **1.1.1 Druhy uzavíraných obchodů na trhu cenných papírů**

Jak již bylo zmíněno výše, existují různé druhy uzavíraných obchodů. Níže je uvedeno jejich rozdělení a charakteristické rysy.

#### **Promptní (spotové) obchody**

Zde se obchodují klasické cenné papíry jak dluhové, tak majetkové. S cennými papíry je obchodováno standardním způsobem, tj. směnou za peníze. Tento typ obchodu se vyznačuje tím, že prodávající i kupující chtějí mít obchod nejenom rychle uzavřen, ale i fyzicky vypořádán. To znamená dodání a zaplacení zobchodovaného cenného papíru do několika dní po uzavření obchodu. Dalším rysem promptního obchodu je účast, ať už přímo nebo pomocí správců a zprostředkovatelů, majitelů na straně nabídky. V tomto případě se tedy jedná o transakce na sekundárním kapitálovém trhu. (REJNUŠ, 2001)

#### **Termínové obchody**

Kromě promptních obchodů existují i tzv. termínové obchody, pro něž je charakteristické sjednání obchodu dnes, avšak vypořádání je odsunuto do budoucnosti. Z toho vyplývá, že smluvní strany si sjednají pevné podmínky pro obchod, který ale bude realizován až v budoucnu. Během doby sjednání a realizace obchodu není možné měnit sjednané podmínky, avšak podmínky na trhu se měnit mohou. (RADOVÁ, a kol., 2013)

### 1.1.2 Druhy veřejných trhů

Rozlišuje se několik druhů veřejných trhů, konkrétně jsou to burzy, mimoburzovní trhy a trhy OTC.

#### **Burzy**

Burzou rozumíme vymezeným způsobem organizované shromáždění osob, které se koná pravidelně na předem daném místě a v předem daný čas. Obchodování na burze lze provádět na členském principu. Členové burzy musí obchodovat podle platných pravidel a burzovních předpisů se zbožím. Nelze obchodovat se zbožím, které není připuštěno a schváleno vedením burzy. Specifikem burz je, že obchodované zboží (cenné papíry) je zbožím zastupitelným a není na burze fyzicky přítomno. (POLOUČEK, 2009)

#### **Členění burz podle předmětu obchodu**

Burzy je možné dělit z mnoha hledisek, avšak nejdůležitější je členění z hlediska burzovního obchodu.

##### **1. Burzy finančních aktiv**

Tento typ burz je obsáhlým souborem burz, kam patří:

- **Burzy cenných papírů** – Zde jsou uskutečňovány promptní obchody s klasickými druhy dlouhodobých cenných papírů. Je možné obchodovat jak s majetkovými cennými papíry, tak i s dlouhodobými dluhopisy.
- **Burzy devizové** – Na těchto burzách se nakupují a prodávají devize a valuty.
- **Burzy vybraných druhů finančních derivátů** – Pod tento typ burz spadají burzy finacial futures a burzy opční. (REJNUŠ, 2001)

##### **2. Burzy komoditní (zbožové)**

Jedná se o burzy, kde se obchoduje s jedním nebo více druhy zboží. Jsou zde organizovány převážně termínové burzovní obchody, neboť promptní obchody jsou většinou realizovány mimoburzovní formou. (REJNUŠ, 2001)

### **3. Burzy služeb**

Předmětem obchodů těchto burz jsou skladové prostory lodí, případně prodej lodí. Avšak s rozvojem mimoburzovního trhu je nutno podotknout, že význam těchto burz postupně klesá. (POLOUČEK, 2009)

#### **Burzy cenných papírů**

Burzy cenných papírů jsou veřejné, vysoce organizované, kapitálové trhy. Obchoduje se na nich s obligacemi, podílovými listy uzavřených podílových fondů, hypotečními zástavními listy a s již dříve emitovanými akciemi. Burzy cenných papírů se člení na termínové a promptní. Důležité pro trh je, že se na promptních burzách cenných papírů tvoří kurzy, kterými se řídí jak mimoburzovní trhy, tak i trh primární. (REJNUŠ, 2001)

- **Dílčí burzy cenných papírů**

Burzy cenných papírů je možné dělit na následující burzy.

#### **1. Nadnárodní burzy**

Tyto burzy jsou považovány za světově nejvýznamnější. Je zde dosahováno jak vyšších tržních kapitalizací (součet tržních kapitalizací všech obchodovaných emisí cenných papírů vynásobených počtem emitovaných kusů cenných papírů v každé emisi jejich aktuálním kurzem), tak i nejvyšších objemů uzavíraných obchodů. Nejpodstatnější je, že jsou zde obchodovány kromě tuzemských cenných papírů i nejkvalitnější cenné papíry emitované v zahraničí. Mezi tento typ burz jsou řazeny např. New York Stock Exchange, Tokyo Stock Exchange, International Stock Exchange London, atd.

#### **2. Mezinárodní burzy**

Jedná se o burzy, které už nedosahují tak vysoké tržní kapitalizace jako nadnárodní burzy, ale mají i nižší objemy obchodů a mnohem nižší podíl obchodovaných cenných papírů emitovaných v zahraničí. Na druhou stranu počet těchto burz ve světě je mnohonásobně vyšší. Z evropských burz se sem může řadit např. Bourse des Valeurs de Paris, Frankfurter Wertpapierbörse, atd.

### **3. Národní a regionální burzy**

Poslední typ burz již není tak významný, neboť jejich mezinárodní význam je značně omezen. S tím potom souvisí velmi nízký počet zahraničních cenných papírů a celkově i nízké objemy uzavíraných obchodů. (REJNUŠ, 2011)

#### **Organizované mimoburzovní trhy**

Mimoburzovní trhy jsou pro tradiční burzy cenných papírů velkou konkurencí, neboť disponují nespornými výhodami. Týká se to především výše poplatků, která není tak vysoká díky nižšímu počtu zprostředkujících článků, nižším nákladům na všech mimoburzovních trzích a rostoucímu rozsahu obchodů. Nepochybnou výhodou je také jednodušší přístup k obchodování, protože jsou zde jednodušší a mírnější regulace a menší byrokracie. Na druhou stranu to neznamena, že na mimoburzovní trh mají klienti přístup v tom smyslu, že by mohli přímo obchodovat a reagovat na momentální stav či změnu situace na trhu. K tomu je nutné využít makléře. (POLOUČEK, 2009)

Jedním z dalších odlišností mimoburzovních od burzovních trhů je to, že burzy mají jasně předepsané podmínky, které musí žadatel splnit, a proto burzy nemají povinnosti přijmout k obchodování všechny cenné papíry, v případě nesplnění podmínek. To je i jeden z hlavních důvodů, proč mnoho méně významných firem obchoduje na mimoburzovních trzích. (REJNUŠ, 2001)

#### **OTC-trhy**

Cenné papíry, které se neobchodují na organizovaných veřejných kapitálových trzích, jsou obchodovány na trzích neorganizovaných. Tyto trhy nejsou tak silně regulovány, zejména prostřednictvím bank nebo jiných institucionálních či soukromých obchodníků s cennými papíry. V tomto případě hovoříme o tzv. „OTC-trzích“/ over the counter markets, neboli „prodej přes přepážku“. Pokud má klient zájem koupit nebo prodat cenný papír, obrací se na svou banku nebo jiného obchodníka s cennými papíry, který prostřednictvím informačního systému zprostředkuje obchod s některým ze svých obchodních partnerů. Je zde ale také možnost odprodeje nebo odkupu požadovaného cenného papíru od obchodníka, jenž si poté upraví své portfolio podle vlastních záměrů. (REJNUŠ, 2001)



## 1.2 Akcie

Akcie představují obchodovatelné cenné papíry, se kterými jsou spojena práva akcionáře. Vlastník, akcionář, má právo podílet se na řízení společnosti, na likvidačním zůstatku v případě zániku společnosti, na zisku společnosti a přednostní předkupní a odběrní právo na nově emitovaných akciích. Akciové společnosti, jež převládají svojí formou v tržních ekonomikách, tvoří upisováním akcií základní kapitál, který představuje výhodnou formu sjednocení peněz od akcionářů a diverzifikaci rizika podnikání na více osob. (CIPRA, 2013; POLOUČEK, 2009)

Akcie jsou vydávány buď v listinné podobě (listinné akcie) nebo v zaknihované podobě (zaknihované akcie) a musí obsahovat:

1. firmu a sídlo společnosti,
2. jmenovitou hodnotu,
3. označení formy akcie, pokud se jedná o akcii na jméno, musí obsahovat i jméno akcionáře,
4. výši základního kapitálu a počet akcií k datu emise akcie,
5. datum emise. (JÍLEK, 2009)

### 1.2.1 Druhy akcií

Existuje několik typů akcií, mezi nejznámější se řadí:

#### 1. Kmenové akcie

Jedná se o nejrozšířenější druh akcií, kde vlastníkům kmenových akcií přísluší všechna základní práva akcionáře. Může se ale stát, že účast majitelů kmenových akcií na podílu na likvidačním zůstatku a na zisku následuje až po účasti majitelů prioritních akcií. O tom rozhodují statuty společnosti. (POLOUČEK, 2009)

Obyčejné akcie, tj. kmenové akcie, se na rozdíl od dluhopisů chovají jako dividendové cenné papíry, u kterých není předem zaručen dividendový výnos a to ani v případě, že je společnost zisková. V tomto případě může management podniku doporučit zadržení zisku za účelem tvorby fondů pro budoucí investice, jež podléhají odhlasování valnou hromadou. Ke kmenovým akciím se váže několik základních pojmů:

1. *Nominální hodnota* akcie znázorňuje podíl na majetku akciové společnosti vyplývající z vlastnictví akcie. Pokud sečteme nominální hodnoty všech akcií, získáme výši základního kapitálu. Vzhledem k tomu, že má nominální hodnota pouze právní význam, umožňuje například právo v USA emisi akcií bez nominální hodnoty.
2. *Dividenda* znamená podíl na zisku společnosti vyplývající z vlastnictví akcie. Výplata dividend může být formou peněžní dividendy, akciové dividendy nebo majetkové dividendy. Avšak jak již bylo zmíněno výše, výplata dividend není předem zaručena.
3. *Tržní cena akcie (kurz akcie)* vyjadřuje cenu, za kterou se obchoduje s akciemi na kapitálovém trhu. Cena je stanovena na základě nabídky a poptávky.
4. *Emisní cena akcie (subskripční cena)* vyjadřuje cenu, za kterou akcii prodává její emitent, neboli je to cena na primárním trhu.
5. *Likvidační hodnota akcie* je hodnota, která připadne na jednu akcii v případě likvidace akciové společnosti. Jedná se tedy o hodnotu, kterou budou moci věřitelé využít. Je nutné, aby likvidační hodnota akcie nepřesahovala tržní hodnotu akcie, protože potom by se akciová společnost stala zajímavým subjektem pro převzetí. (CIPRA, 2013; POLOUČEK, 2009)

## **2. Prioritní akcie**

Prioritní, neboli preferenční akcie mají na rozdíl od kmenových akcií zaručeny určitá práva. Týká se to práva na přednostní vyplácení dividendy, které staví prioritní akcii na úroveň cenného papíru s fixním výnosem. Stanovy společnosti mohou vytyčit vydání druhu akcií, se kterými jsou spojena přednostní práva týkající se dividend nebo podílu na likvidačním zůstatku. Na druhou stranu mohou stanovy společnosti vymezit skutečnost, že prioritní akcie nepřináší majiteli akcie právo hlasovat na valné hromadě. (CIPRA, 2013; POLOUČEK, 2009)

## **3. Blue chips**

Jedná se o akcie, s nimiž obchodují největší a nejziskovější společnosti, které nabízejí kvalitní a často používané produkty. Tento typ akcií je méně volatilní a poskytují stabilní růst. (HARTMAN, 2013)

#### **4. Akcie na jméno**

Tento typ akcií je vydáván na jméno určité osoby, jak právnické nebo fyzické. Vlastníci jsou zapsáni v akcionářských knihách společnosti, kam se musí také zaznamenat každý obchod. (CIPRA, 2013)

#### **5. Zakladatelská akcie**

Zakladatelská, neboli zlatá akcie zajišťuje v rámci hlasovacího práva na valné hromadě větší počet hlasů než obyčejná akcie. (CIPRA, 2013)

#### **6. Zaměstnanecká akcie**

Jedná se většinou o akcie na jméno, které mohou být převoditelné pouze mezi zaměstnanci společnosti, případně i důchodci společnosti. Práva akcie zanikají ukončením pracovního poměru nebo smrtí zaměstnance. (POLOUČEK, 2009)

### **1.3 Podílové fondy**

Podílové fondy jsou zakládány a spravovány investičními nebo správcovskými společnostmi. Podmínkou je, aby byl majetek podílových fondů oddělen od majetku investiční nebo správcovské společnosti. Vlastnická práva podílníků jsou prezentována podílovými listy nebo investičními certifikáty, které představují cenný papír, jenž vytváří právo na odpovídající podíl majetku a na podílení se na výnosu z tohoto majetku. Tím se to velmi podobá akciím, avšak je zde zásadní rozdíl v tom, že podílník nemůže zasahovat do správy fondu a taktéž nemá právo podílet se na řízení společnosti. (POLOUČEK, 2009)

Fondové investování spadá do kategorie tzv. kolektivního investování, které spočívá ve shromažďování finančních prostředků od veřejnosti. Hlavními cíli investora, který se rozhodne investovat v některém z produktů kolektivního investování, jsou například diverzifikace investičního rizika, dosahování vyšších výnosů oproti vkladům u bank, využívání profesionálních služeb portfoliomanagerů nebo snadné zjištění informací o nástrojích, do kterých se investuje. Investor, který se rozhodne investovat, má možnost si vybrat, zda vloží své prostředky prostřednictvím investičních fondů nebo investičních společností. (JANDA, 2011)

### **1.3.1 Investiční fondy**

Investiční fondy fungují na jednoduchém principu, kdy investoři vstupují do fondů, nakupují akcie a stávají se tak akcionáři investičních fondů. Existují dva typy investičních fondů a to uzavřené a otevřené. Rozdíl mezi těmito fondy je v objemu vydávaných akcií, kde u uzavřených fondů je počet vydaných akcií omezen a současně je omezeno právo zpětného odprodeje. Zatímco u otevřených fondů není počet vydaných akcií omezen a stejně tak je zde možný zpětný odprodej. (JANDA, 2011)

### **1.3.2 Investiční společnosti**

Investiční společnosti mají pro investora důležitý význam, neboť díky nim může investovat do tzv. podílových fondů. Investor si vybere libovolný počet podílových fondů a investuje do nich tím způsobem, že pošle ze svého osobního účtu předem stanovené množství peněz, za které jsou nakoupeny podílové listy. Stejně jako u investičních fondů se podílové fondy dělí na uzavřené a otevřené. V uzavřených podílových fondech nemohou investoři kdykoliv podle svého uvážení prodat část nebo celé své investiční portfolio. Za to otevřené podílové fondy jsou jejich pravým opakem, neboť investor může kdykoliv prodat jeden nebo všechny podílové listy, které od něj investiční společnost musí odkoupit. (JANDA, 2011)

### **1.3.3 Rozdělení podílových fondů**

Na trhu existuje velké množství otevřených podílových fondů, které jsou investorům k dispozici. Mezi nejznámější podílové fondy se řadí následující.

#### **Fondy peněžního trhu**

Fondy peněžního trhu investují do krátkodobých a vysoce bezpečných dluhopisů, kdy doba investice je většinou kratší než jeden rok. Vysoká míra bezpečnosti však platí na úkor nízké výnosnosti, proto se fondy hodí hlavně pro krátkodobé uložení peněz. (JANDA, 2011)

## **Dluhopisové podílové fondy**

Dluhopisové fondy investují převážně do dluhopisů, podíl akciové složky v těchto fondech je stanoven dle platných zákonů – např. v ČR nesmí podíl akcií překročit 10 % z celkových aktiv fondu. Doporučený investiční horizont se pohybuje okolo dvou let. (JANDA, 2011)

## **Akciové podílové fondy**

Akciové fondy jsou pro většinu investorů nejvhodnější volbou při investování. Jejich hodnota je sice kolísavá a dosahují značného rizika, ale na druhou stranu je zde vyšší podíl zhodnocení, který se projeví růstem hodnoty podílového listu. Výkonnost těchto fondů je závislá na vývoji kurzů akcií v portfoliích, které bývají závislé na vývoji celého akciového trhu. Podíl akcií v portfoliu musí být minimálně 66 % a doporučený investiční horizont by měl být minimálně pět let. (JANDA, 2011; REJNUŠ, 2011)

## **Smíšené fondy**

Smíšené (= balancované) fondy poskytují možnost investování do akcií, dluhopisů a také nástrojů peněžního trhu. Investice do jednotlivých cenných papírů je řízena podle statutu smíšeného trhu. Pro smíšený fond je důležitý poměr, v jakém jsou rozděleny akcie a dluhopisy. Existují tzv. konzervativní smíšené fondy, jejichž podíl akcií je do 40 % - typický je podíl kolem 20 %, což zajišťuje určitou stabilitu portfolia v případě, že by se akciím nedařilo. Dále existují vyvážené fondy, které mají podíl akcií 40 – 60 % a poslední jsou dynamické fondy, kde akcie přesahují 60 % podílu portfolia. (JANDA, 2011; SYROVÝ, 2016)

## **1.4 Teorie portfolia**

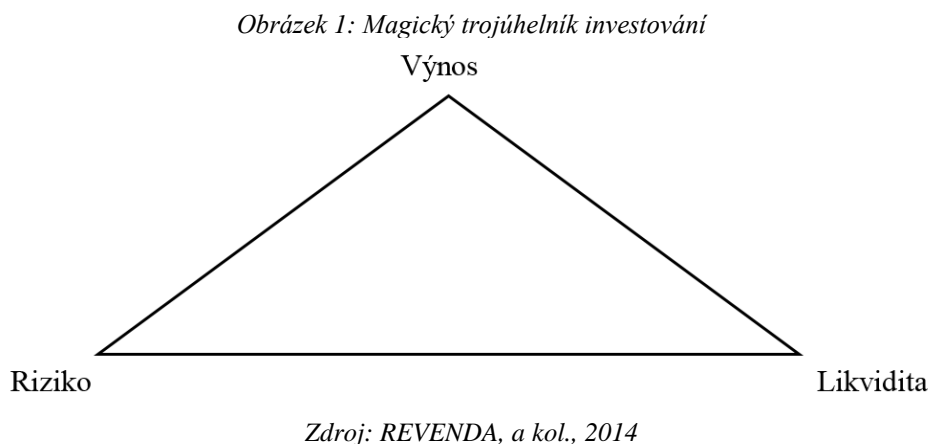
Investoři většinou neinvestují pouze do jednoho investičního instrumentu (hlavně pokud se jedná o akcie), ale vytváří si (investiční) portfolio. Pod tímto pojmem si můžeme představit soubor, tvořený z investic, splňující investorovy představy. Touto problematikou se zabývá teorie portfolia, jejíž zakladateli jsou především Markowitz a Sharpe. (CIPRA, 2013)

V roce 1952 Harry Markowitz představil možné konstruování efektivní hranice portfolia, na níž jsou znázorněny body s maximální výnosností pro danou úroveň rizika, která je měřena standardní odchylkou výnosností portfolia. O několik let později (1963) vyvinul William Sharpe zjednodušenou verzi Markowitzova modelu tzv. model jednoho indexu, který je založen na zjednodušeném vztahu pro varianci výnosností portfolia. O rok později William Sharpe vyvinul model oceňování kapitálových aktiv CAPM. (JÍLEK, 2009)

#### 1.4.1 Faktory individuální investiční strategie

Při investování na trhu je třeba brát v úvahu základní investiční faktory, které bohužel nejsou nijak ovlivnitelné. Konkrétně se jedná o výnosnost, rizikovost a likviditu.

Při hodnocení investičních alternativ vytvářejí tyto faktory rovnovážný stav, kde by ideální investiční instrument dosahoval nejnižšího rizika, nejvyšší výnosnosti a nejvyšší likvidity ve vztahu k alternativním investičním instrumentům. Vzhledem k tomu, že na normálně fungujících finančních trzích existuje výměna mezi očekávaným rizikem, výnosem a likviditou, musí investor vybrat a upřednostňovat určitý cíl z magického trojúhelníku investování, znázorněného na obrázku 1. (REVENDA, a kol., 2014)



#### Výnosnost

Výnosnost je často považována jako kritérium hodnocení efektivnosti finančních investic, kde tyto investice bývají uskutečněny za účelem nejvyššího zhodnocení do nich vložených peněžních prostředků. (REJNUŠ, 2011)

Pro většinu investorů je tedy nejdůležitější maximalizovat výnos ve vztahu k riziku a k likviditě, neboť výnos pro ně představuje motivaci pro investování a odměnu za realizaci investičního procesu. (REVENDA, a kol., 2014)

Existují dva druhy výnosů, a to historický výnos (ex post), který byl již dosažen nebo mohl být dosažen, a očekávaný výnos (ex ante), který představuje očekávané zhodnocení finančních prostředků v budoucnosti. I přesto, že je pro investora výpočet zrealizovaných investic důležitý, mnohem větší důraz by měl být kladen na predikci výnosnosti. Platí tedy, že cílem většiny analýz je předpovědět budoucí, tzv. „očekávanou výnosnost“. (REJNUŠ, 2011)

Pro investora je důležité, aby byl schopný si spočítat výnos, kterého dosáhl nebo který očekává. K výpočtům slouží následující vzorce:

- **Skutečná výnosová míra**

$$r = \frac{(P_n - P_{n-1}) + D}{P_{n-1}} * 100$$

kde  $r$  = výnosová míra [%]  
 $P_n$  = prodejní (běžná cena)  
 $P_{n-1}$  = kupní (pořizovací) cena  
 $D$  = důchod

- **Historická metoda očekávaného výnosu aktiva**

$$r_i = \frac{1}{T - k} \sum_{t=1}^{T-k} r_{it}$$

Kde  $T$  = doba trvání portfolia  
 $r_{it}$  = skutečná výnosová míra

- **Očekávaná výnosová míra**

$$E(r) = \sum_{i=1}^N r_i * P_i$$

kde  $E(r)$  = očekávaná výnosová míra

- $r_i$  = předpovídané hodnoty výnosových měr  
 $P_i$  = pravděpodobnost, že předpovídaný výnos investice nastane  
 $N$  = počet možných výsledků (ČÁMSKÝ, 2007; REVENDA, a kol., 2014)

## Riziko

Riziko investování je definováno jako nebezpečí, že investor nedosáhne očekávaného výnosu. Investiční instrumenty jsou pro investora rizikové, neboť budoucí peněžní toky z jednotlivých instrumentů jsou nejisté. Existuje několik typů rizik, z čehož za základní jsou považována následující:

- **Tržní riziko** je spojeno se způsobem financování, s dostupností zdrojů financování a schopností dostát svých závazků. Riziko má vliv na kolísání výnosových měr v důsledku kolísání celého trhu. Tržnímu riziku jsou vystaveny všechny cenné papíry, primárně jsou to ale ceny akcií.
- **Úrokové riziko** je způsobeno změnou hladiny úrokových sazeb a má za následek kolísání úrokové míry investičních instrumentů. Růst úrokových sazeb má za následek pokles cen cenných papírů za jinak nezměněných podmínek. Riziko je možno považovat za součást tržního a tedy nediverzifikovatelného rizika.
- **Inflační riziko** souvisí s nebezpečím růstu inflace (cenové hladiny) a to způsobuje nepříznivý dopad na reálnou výnosnost finančních investic. Vysoké inflace mohou mít za následek nízké, dokonce i záporné reálné míry výnosu finančních investic. Také inflační riziko je součástí tržního rizika.
- **Riziko událostí** souvisí s významnou a neočekávanou nepříznivou událostí, která může negativně ovlivňovat kurzy (tržní ceny) akcií. I toto riziko spadá pod tržní, nediverzifikovatelné riziko.
- **Riziko insolvence** je jedinečné, neboť se vztahuje vždy ke konkrétní emisi cenného papíru, tudíž je možné ho diverzifikovat. Riziko spočívá v neschopnosti emitenta dostát svých závazků, ať už z důvodu své dočasné nebo trvalé platební neschopnosti. (FOTR, HNILICA, 2014; REJNUŠ, 2011; REVENDA, a kol.; 2014)

Dále je nutné dodat, že existují ještě jedinečná a systematická rizika, která ovlivňují výnosovou míru investičních instrumentů.



- **O jedinečné riziko (nesystematické riziko)** se jedná v tom případě, pokud je výnosová míra instrumentů ovlivňována faktory mající charakter specifických jevů pro jednotlivé firmy. Toto riziko souvisí přímo s hospodařením a činností jednotlivých emitentů investiční činnosti. Jedinečné riziko je občas také nazýváno jako diverzifikovatelné riziko, neboť při vhodné alokaci aktiv je možné skupinu rizik efektivně diverzifikovat.
- **Systematická rizika** emitenti investičních instrumentů ovlivňovat nemohou, neboť rizika vyplývají z celkového vývoje ekonomiky. Mezi nejdůležitější části tohoto rizika se řadí riziko změny úrokových sazeb, tržní riziko a inflační riziko. V případě, že investujeme pouze do domácích instrumentů, není možné riziko diverzifikovat. Pokud je ale investováno do zahraničních instrumentů, pak je možné jej částečně diverzifikovat. (REVENDA, a kol., 2014)

Vzhledem k nemožnosti se vyhnout riziku je pro investora nutné, aby byl schopen ho alespoň kontrolovat. K tomu mu slouží statistické charakteristiky variability v podobě rozptylu, směrodatné odchylky a odhadů kovariance. (FOTR, HNILICA, 2014)

- **Rozptyl** očekávaných výnosů představuje součet druhých mocnin odchylek jednotlivých předpovídaných výnosů od průměrného výnosu vynásobený pravděpodobností výskytu těchto výnosů. Matematické vyjádření je následující:

$$\sigma^2 = \sum_{i=1}^N [r_i - E(r)]^2 * P_i$$

Kde  $\sigma^2$  = rozptyl očekávaných výnosových měr

$r_i$  = jednotlivé předpovídané výnosové míry

$E(r)$  = průměrná očekávaná výnosová míra

$i$  = jednotlivé množství prognózovaných výnosových měr

$N$  = počet variant

$P_i$  = pravděpodobnost výskytu jednotlivých předpovídaných výnosových měr.

- **Směrodatná odchylka** se vyjadřuje jako odmocnina z rozptylu, tj:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \left( \sum_{i=1}^N [r_i - E(r)]^2 * P_i \right)^{\frac{1}{2}}$$

Kde  $\sigma$  = směrodatná odchylka očekávaných výnosových měr  
 $\sigma^2$  = rozptyl očekávaných výnosových měr.

- Pokud ale bude chtít investor vypočítat riziko změny výnosu celého portfolia, nikoliv jenom cenného papíru, je nutné znát **kovariance** mezi dvojicemi cenných papírů, které popisují výnos z jednotlivých aktiv portfolia. Výpočet pro dva cenné papíry  $i$  a  $j$  je následující:

$$\sigma_{i,j} = \frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^T (r_{it} - E(r)_i) * (r_{it} - E(r)_j)$$

Kde  $r_{it}$  = výnosnost cenného papíru  $i, j$  za období  $T$   
 $\sigma_{i,j}$  = kovariance výnosnosti mezi cennými papíry  $i, j$   
 $E(r)_{i,j}$  = průměrná očekávaná výnosová míra cenného papíru  $i, j$   
 $T$  = počet období

- **Korelační koeficient** bude vypadat následovně:

$$\rho_{i,j} = \frac{\sigma_{i,j}}{\sigma_i * \sigma_j}$$

K vyřešení vztahů mezi jednotlivými cennými papíry a jejich kovariancemi poslouží kovarianční a korelační matice.

- **Kovarianční matice** je symetrická a na hlavní ose se nachází rozptyly náhodných veličin:

$$C = \begin{bmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{bmatrix}$$

- **Korelační matice** je stejně jako kovarianční matice symetrická a na hlavní diagonále pro  $i = j$  platí  $\rho_{i,i} = 1$ .

$$R = \begin{bmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{bmatrix}.$$

Korelační matice znázorňuje závislost výnosů jednotlivých cenných papírů. Kladná čísla, která se blíží k jedné, vyjadřují vysokou pozitivní korelaci výnosů. Mezi těmito papíry platí přímá úměrnost, tj. jestliže bude výnosnost jednoho cenného papíru narůstat, pak také výnosnost druhého cenného papíru bude narůstat. Záporná čísla vyjadřují negativní korelaci výnosů. U těchto papírů platí nepřímá úměrnost. V případě, že je korelace rovna nule, pak cenné papíry nejsou korelovány, tj. nemají mezi sebou žádný vztah. (ČÁMSKÝ, 2007; REVENDA, a kol., 2014)

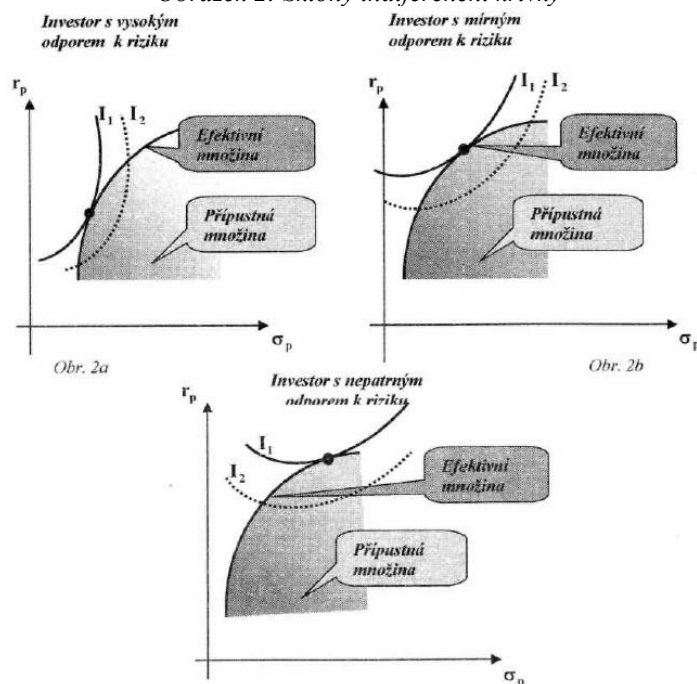
A právě záporné korelační vazby jsou důvodem diverzifikace rizika, tedy vytvoření portfolia s menším rizikem, než jsou rizika všech individuálních rizikových aktiv, která tvoří diverzifikovaná portfolia. Mnohdy ale k dosažení diverzifikace stačí, aby aktiva nebyla významně pozitivně korelována. (CIPRA, 2013)

- **Křivky indiference**

Indiferenční křivky slouží k vyjádření různé míry averze vůči riziku jednotlivých investorů. Platí, že investor je tím více rizikově averzní, čím více má indiferenční křivka strmější sklon. (MUSÍLEK, 2011)

Pro investora je nevhodnější při tvorbě optimálního portfolia porovnat vlastní indiferenční křivku s pro něj nejvýhodnějším portfoliem, které leží na efektivní hranici. Poté v bodě, kde je indiferenční křivka tangentou efektivní hranice, se nachází optimální portfolio, znázorněno na obrázku 2. (REVENDA, a kol., 2014)

Obrázek 2: Sklony indifferenční křivky



Zdroj: ČÁMSKÝ, 2007

## Likvidita

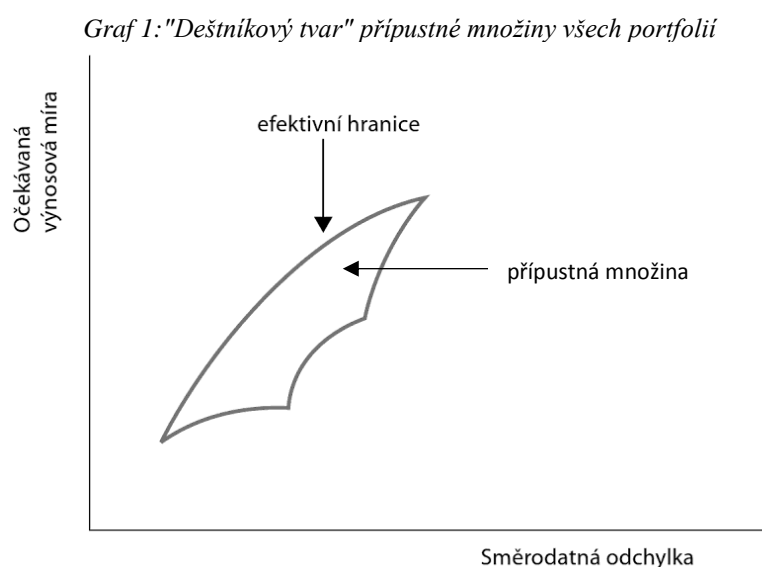
Posledním faktorem investiční strategie, který ovlivňuje poptávku po investičních instrumentech, je likvidita. Ta vyjadřuje jak rychle je možné finanční instrument beze ztrát přeměnit zpět na hotové peníze. (REJNUŠ, 2011)

Investiční instrumenty dosahují na jednotlivých trzích různých stupňů likvidity, která je měřena jako výše transakčních nákladů spojených s přeměnou investičních instrumentů. Zatímco transakční náklady finančních instrumentů jsou poměrně nízké (0,2 - 1,5 %), tak u nefinančních investičních instrumentů jsou tyto náklady v rozmezí 3 - 15 %. (REVENDA, a kol., 2014)

Platí, že nižší likvidita instrumentů snižuje jejich tržní cenu. Proto investor, který investuje na méně likvidnějších trzích, požaduje odměnu za vyšší transakční náklady ve formě vyšší výnosové míry v dlouhém období, která vyjadřuje rovnovážný stav mezi rizikem, výnosem a likviditou. Po investičních instrumentech se zvyšuje poptávka v tom případě, čím je instrument oproti alternativním instrumentům likvidnější, neboť tím je atraktivnější - při ostatních faktorech nezměněných (*ceteris paribus*). (REVENDA, a kol., 2014)

### 1.4.2 Efektivní množina

Vzhledem k tomu, že z množiny  $n$  cenných papírů může investor vytvořit nekonečný počet portfolií, je vhodné zajímat se pouze o podmnožinu dostupných portfolií. Proč by se investor měl zajímat právě o tuto podmnožinu, nám vysvětluje věta o efektivní množině, která říká: „Investor si vybere své optimální portfolio z množiny portfolií, která nabízí maximální očekávanou výnosnost při různých úrovních rizika nebo minimální riziko při různých úrovních očekávané výnosnosti.“ Množina, splňující předchozí dvě podmínky, se nazývá **efektivní množina** nebo **efektivní hranice** a má zpravidla „deštníkový tvar“, což je znázorněno v grafu 1. (ČÁMSKÝ, 2007)



Zdroj: REVENDA, a kol., 2014

### 1.4.3 Bezrizikové aktivum

Markowitzův selektivní model předpokládá vytvoření portfolia pouze z rizikových aktiv. Jestliže by ale byla možnost využít jak riziková, tak i bezriziková aktiva, investoři by měli příležitost investovat do obou druhů aktiv. A právě na tomto předpokladu je založena teorie kapitálového trhu. (MUSÍLEK, 2011)

Charakteristické pro bezriziková aktiva je jistá výnosnost. A protože o jejich konečné hodnotě není žádná pochybnost, potom platí, že směrodatná odchylka (riziko) je rovna nule, tj. kovariance mezi výnosnostmi bezrizikového aktiva a výnosnostmi libovolného rizikového aktiva je také rovna nule. (ČÁMSKÝ, 2007)

#### 1.4.4 Krátký prodej

Krátký prodej, neboli sell short, vykresluje situaci, kdy si investor nepůjčuje bezrizikové aktivum (tj. hotovost) do svého portfolia, ale rovnou si půjčuje aktivum (cenný papír), které v okamžiku vzniku portfolia prodá. V momentu realizace portfolia tyto prodané cenné papíry nakoupí zpět a vrátí je tomu, od koho si je původně vypůjčil. Krátký prodej cenného papíru označuje v burzovní praxi takový obchod, kdy spekulant na burze do budoucna předpokládá pokles tržní ceny konkrétního cenného papíru, a proto se dohodne s partnerem, jenž má k dispozici tento cenný papír, aby mu část těchto cenných papírů zapůjčil s tím, že mu bude v přesně stanoveném termínu vrácena zpět. (BRADA, 1996)

Rozdíl mezi normální transakcí a krátkým prodejem je ten, že v případě krátkého prodeje je investiční instrument nejprve prodán a později opět odkoupen (je nutné zaplatit náklady spojené s jeho zapůjčením), zatímco v případě normální transakce se investiční instrument nejprve zakoupí a později se buď se ziskem, nebo se ztrátou prodá. (REJNUŠ, 2011)

Sell short je záležitost poměrně drahá, neboť je nutné platit poplatky brokerovi (tj. obchodníkovi s cennými papíry), a navíc investor většinou nedostane k dispozici celou tržbu za cenné papíry, ale pouze její část, protože si broker zbytek ponechává jako zajištění. Na druhou stranu ale díky sell shortu je možné dosáhnout menšího rizika změny výnosu portfolia i přesto, že kvůli vysokým finančním nákladům na tuto operaci není možné dosáhnout většího očekávaného výnosu portfolia. (BRADA, 1996)

#### 1.4.5 Markowitzův model

Markowitzův přístup k investování předpokládá, že investor disponuje v současné době určitým množstvím peněz, které budou investovány na určité časové období. Toto období se nazývá jako *doba držení portfolia*. Po uplynutí doby tohoto období investor cenné papíry, které nakoupil na začátku období, prodá. Výnos z portfolia buď využije pro svoji vlastní potřebu, nebo ho reinvestuje do různých cenných papírů. Začátek doby držení portfolia je označován jako  $t = 0$  a konec  $t = 1$ . Na začátku období se musí investor rozhodnout, které cenné papíry má nakoupit a držet do konce období. Investor by si měl uvědomit, že výnosnosti cenných papírů jsou po dobu držení neznámé, přesto může

odhadnout očekávané výnosnosti různých cenných papírů a následně investovat do cenného papíru s nejvyšší očekávanou výnosností. Klasický investor požaduje co nejvyšší výnosnost a zároveň co nejnižší riziko změny výnosnosti. Tím vznikají dva konfliktní cíle, které musí být při rozhodování o koupi na začátku období vzájemně vyvažovány. A právě Markowitzův přístup bere oba cíle v potaz. Investor by tedy podle Markowitze měl pohlížet na výnosnost spojenou s příslušným portfoliem jako na náhodnou veličinu a měl by odhadnout očekávanou výnosnost a směrodatnou odchylku každého portfolia a následně pomocí těchto dvou parametrů vybrat nejvhodnější variantu. (ČÁMSKÝ, 2001)

Za využití odhadů očekávané výnosnosti, směrodatné odchylky a kovarianční matice je možné určit množinu efektivních portfolií. Jestliže efektivní množinu definujeme jako množinu těch portfolií, které nabízejí:

- 1) minimální riziko  $V$  při zvolené očekávané výnosnosti,
- 2) maximální očekávanou výnosnost  $E$  při zvolené úrovni rizika,

potom je potřeba nalézt všechny možné kombinace  $(E, V)$ , které minimalizují  $V$  pro dané  $E$  a maximalizují  $E$  pro  $V$  a množinu efektivních  $X$ , tj. všechny body odpovídající efektivním kombinacím  $(E, V)$ . (MARKOWITZ, 1956)

Lze říci, že je nutné nalézt takové  $X$ , které současně minimalizuje

$$V = \sum \sum \sigma_{ij} X_i X_j$$

a maximalizuje

$$E = \sum \mu_i X_i,$$

za podmínek

$$\sum X_i = 1$$

$$X_i > 0, i = 1, \dots, N. \text{ (MARKOWITZ, 1956)}$$

Úlohu je možné vyřešit buď pomocí metody Lagrangeových multiplikátorů, anebo metody kritické linie. V našem případě postačí, když zde bude uvedena pouze metoda Lagrangeových multiplikátorů.

### Lagrangeova funkce

Jestliže je  $g(x, y) = 0$  podmínka pro vázaný extrém funkce  $z = f(x, y)$ , pak se funkce  $L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y)$  nazývá Lagrangeova funkce, příslušná k funkci  $z = f(x, y)$  a podmínce  $g(x, y) = 0$ . Číslo  $\lambda$  se nazývá Lagrangeův multiplikátor. Pokud má funkce  $L$  při daném  $\lambda$  lokální extrém v bodě  $P_0[x_0, y_0]$  (tj. splňuje nerovnost  $L(x, y) \geq L(x_0, y_0)$  nebo  $L(x, y) \leq L(x_0, y_0)$  pro všechny body  $z$  jistého okolí bodu  $P_0$ ), poté stejná nerovnost platí také pro body omezené podmínkou  $g(x, y) = 0$ , kde  $L(x, y) = f(x, y)$ . (MOUČKA, RÁDL, 2015)

Pro výpočet  $\lambda$  je nutné vyřešit soustavu tří rovnic o třech neznámých:

$$\begin{aligned} f'_x(x, y) + \lambda g'_x(x, y) &= 0 \\ f'_y(x, y) + \lambda g'_y(x, y) &= 0 \\ g(x, y) &= 0, \end{aligned}$$

kde se nejprve vypočítá  $\lambda$  a následně pro její získané hodnoty souřadnice  $x, y$  odpovídající stacionárním bodům. (MOUČKA, RÁDL, 2015)

Aby platilo, že bod extrému je bodem minima, musí platit postačující podmínky pro existenci minima. Tyto podmínky určuje Sylvesterova věta, která definuje čtvercovou symetrickou matici  $C = [c_{ij}]$  řádu  $n$  jako **pozitivně definitní**, pokud platí, že determinanty  $D_{ii} > 0$ , pro všechna  $i = 1, \dots, n$ . V případě, že je determinant  $D_{ii} < 0$ , pro všechna  $i = 1, \dots, n$ , pak je **negativně definitní**. Pro splnění postačující podmínky je nutné, aby matice byla pozitivně definitní. (ČÁMSKÝ, 2001)

## 1.5 Model CAPM

CAPM představuje model oceňování kapitálových aktiv, který je odvozen z následujících předpokladů:



- 1. předpoklad: Investoři provádí svá investiční rozhodnutí na základě očekávané návratnosti a rozptylu výnosů.
- 2. předpoklad: Investoři se chovají racionálně a jsou averzní k riziku.
- 3. předpoklad: Investoři schvalují Markowitzův model diverzifikace rizika.
- 4. předpoklad: Vše je investováno ve stejném časovém období.
- 5. předpoklad: Investoři mají shodná očekávání od všech plánovaných výnosů.
- 6. předpoklad: Existuje bezrizikové aktivum a investoři můžou nakupovat nebo prodávat libovolné množství tohoto aktiva za tzv. bezrizikovou výnosovou míru.
- 7. předpoklad: Na trhu existuje konkurence a všechna aktiva jsou dělitelná, tzn. je možné koupit jenom část akcie. (FOCARDI, FABOZZI, 2004)

Důležitou roli v tomto modelu hraje tzv. **tržní portfolio**. To je tvořeno investicemi do všech cenných papírů v takovém poměru, že množství investované do jednotlivého cenného papíru odpovídá jeho relativní tržní hodnotě. (ČÁMSKÝ, 2011)

V rámci modelu CAPM existují dva typy přímek, konkrétně je to přímka kapitálového trhu a přímka trhu cenných papírů.

### 1.5.1 Přímka kapitálového trhu

Po zavedení bezrizikového aktiva vznikne přímka kapitálového trhu, zahrnující jak bezrizikové aktivum, tak rizikové aktivum. Přímka tvoří efektivní hranici, představující rovnováhu mezi rizikem a výnosovou mírou. Přímka je znázorněna v grafu 2 a vyjadřuje se vzorcem:

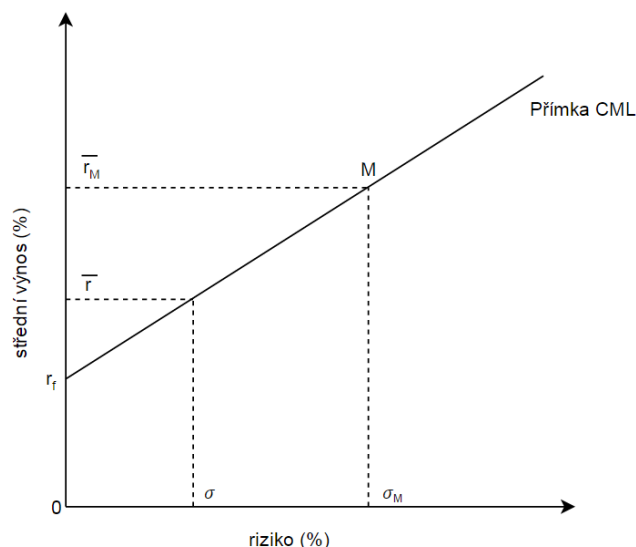
$$\bar{r} = r_f + \frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_M} * \sigma,$$

kde  $r_f$  = výnos bezrizikového aktiva,

$\frac{\bar{r}_m - r_f}{\sigma_M}$  = tržní cena rizika. (CVITANIĆ, ZAPATERO, 2004)

Tržní cena rizika vyjadřuje, o kolik očekávaný výnos portfolia vzroste, pokud směrodatná odchylka vzroste o jednotku. (CVITANIĆ, ZAPATERO, 2004)

Graf 2: Přímka kapitálového trhu CML



Zdroj: CIPRA, 2013

### 1.5.2 Přímka trhu cenných papírů

Zatímco přímka CML reprezentuje rovnováhu mezi rizikem výnosovou mírou tržního portfolia, přímka trhu cenných papírů (SML = security market line) zahrnuje i jednotlivá aktiva, která nespádají do CML. Přímka také rozlišuje systematické a nesystematické riziko. (FOCARDI, FABOZZI, 2004)

Přímka trhu cenných papírů se vyjadřuje vzorcem:

$$E(r_i) = r_f + \frac{\text{cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2} [E(r_M) - r_f].$$

Avšak výraz  $\frac{\text{cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}$  se obvykle značí jako beta faktor, tj:

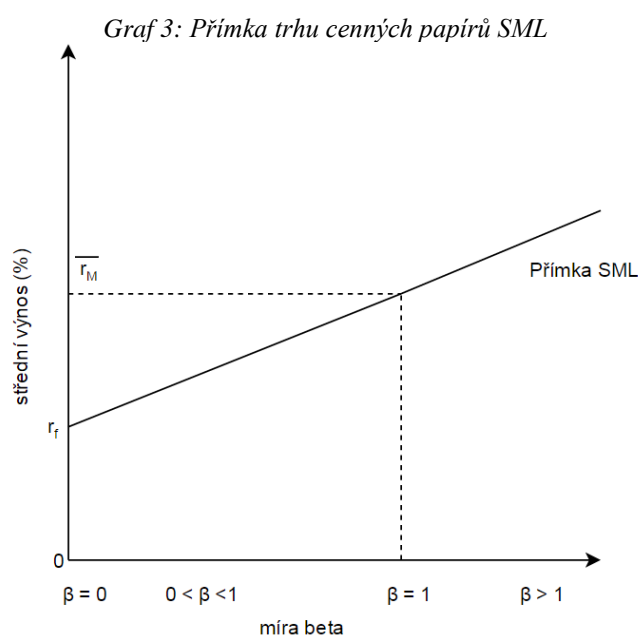
$$\beta_i = \frac{\text{cov}(r_i, r_M)}{\sigma_M^2}. \text{ (BENNINGA, 2014)}$$

Beta faktor  $i$ -tého aktiva vyjadřuje citlivost aktiva na změnu výnosové míry tržního portfolia. Beta faktor může dosahovat hodnot:

- $\beta < 0$ , tj. výnosová míra  $i$ -té akcie reaguje negativně na pozitivní změnu výnosové míry z tržního portfolia

- $\beta = 1$ , tj. výnosová míra z i-té akcie reaguje totožně jako výnosová míra z tržního portfolia
- $\beta > 1$ , tj. výnosová míra z i-té akcie rychleji klesá nebo stoupá než výnosová míra z tržního portfolia
- $0 < \beta < 1$ , tj. výnosové míry se pohybují stejným směrem, avšak výnosová míra z i-té akcie pomaleji klesá nebo stoupá než výnosová míra z tržního portfolia. (CIPRA, 2014)

Grafické znázorněné přímky je následující:



*Zdroj: CIPRA, 2013*

Existuje však ještě **charakteristická přímka**, která vyjadřuje vztah mezi výnosy z tržního portfolia a akciemi. Vzorec je následující:

$$r_{it} - r_{ft} = \alpha_i + \beta_i[r_{Mt} - r_{ft}] + e_{it},$$

Kde  $e_{it}$  = náhodná chyba

$\alpha$  = míra nerovnováhy alfa. (FOCARDI, FABOZZI, 2004)

Pro parametr  $\alpha$  platí následující:

- $\alpha = 0$ , tj. analyzovaná aktivum je na trhu správně oceněno a mezi výnosem a rizikem analyzovaného aktiva platí rovnovážné vztahy dané přímkou SML;
- $\alpha > 0$ , tj. analyzované aktivum je na trhu podceněno, tedy ve srovnání s rovnovážnou hodnotou danou přímkou SML dosahuje nadprůměrného výnosu;
- $\alpha < 0$ , tj. analyzované aktivum je na trhu nadceněno. (CIPRA, 2013)

## **2 Analýza problému**

Cílem této části je přiblížit, s jakými fondy bude dále pracováno a uvést potřebné vztahy pro výpočet optimálního portfolia.

V práci jsou užita data, která byla naměřena v období 1. 12. 2014 – 30. 11. 2016. Data byla zjištěna z internetového serveru [www.finance.yahoo.com](http://www.finance.yahoo.com), kde je možné zjistit jak otevírací a uzavírací denní kurzy daných akcií, tak i minimální a maximální denní kurzy akcií.

Předpokládá se, že investiční společnost chce držet dané portfolio po dobu tří měsíců, proto budou v práci využity převážně vypočtené tříměsíční hodnoty výnosů a rizik.

### **2.1 Akciové fondy**

Pro tuto práci byly vybrány dva akciové fondy Investiční kapitálové společnosti KB, jejímž 100% akcionářem je skupina Amundi. Fondy byly stanoveny na základě tří stanovených kritérií. Prvním kritériem bylo, aby fond obsahoval akcie, s nimiž je obchodováno na americké burze New York Stock Exchange (NYSE), druhým kritériem bylo, aby reprezentativní index americké burzy Nyse composite obsahoval tyto akcie a posledním kritériem bylo, aby u daných titulů existovaly historické kurzy alespoň za poslední dva roky.

#### **Amundi funds equity global gold mines**

Fond Amundi funds equity global gold mines se snaží dosáhnout dlouhodobého kapitálového růstu prostřednictvím investic alespoň 67 % svých celkových aktiv do akcií společností, které se orientují na sektor těžby zlata a dále do akcií společností, jenž působí v oblasti cenných kovů a nerostů. (AMUNDI, 2017a)

Nejvhodnější cílovou skupinou tohoto fondu jsou investoři, kteří hledají dlouhodobé zhodnocení kapitálu a jsou ochotni přijmout vyšší rizika, jež jsou spojena s investováním do zahraničních cenných papírů a také jsou ochotni akceptovat kolísavost cen akcií. (AMUNDI, 2017a)

Z fondu bylo vybráno šest následujících společností, do jejichž akcií bude investováno.

*Tabulka 1: Složení fondu Amundi funds equity global gold mines*

CP1	Newmont Mining Corporation
CP2	Agnico Eagle Mines Limited
CP3	Goldcorp Inc.
CP4	Eldorado Gold Corporation
CP5	Barrick Gold Corporation
CP6	Kinross Gold Corporation

*Zdroj: AMUNDI, 2017a*

### **Amundi funds equity US relative value**

Fond Amundi funds equity US relative value se snaží investováním alespoň 67 % svých aktiv do akcií podhodnocených společností dosahovat dlouhodobého kapitálového růstu. Podhodnocenými společnostmi jsou rozuměny společnosti, jejichž ceny jsou v době akvizice pod vnímanou hodnotou. (AMUNDI, 2017b)

Fond je stejně jako předešlý fond vhodný pro investory, kteří vyhledávají dlouhodobé zhodnocení kapitálu, akceptují volatilitu cen akcií a vyšší riziko spojené s investováním. (AMUNDI, 2017b)

Následující tabulka obsahuje seznam společností, jejichž akcie patří do fondu.

*Tabulka 2: Složení fondu Amundi funds equity US relative value*

CP7	Baker Hughes Incorporated
CP8	Citigroup Inc.
CP9	Comcast Corporation
CP10	General Electric Company
CP11	JPMorgan Chase & Co.
CP12	The Hartford Financial Services Group, Inc.

*Zdroj: AMUNDI, 2017b*

## 2.2 Výnosnosti a rizika cenných papírů

Pro pozdější výpočty je nutné znát očekávanou a průměrnou výnosnost a riziko cenných papírů. Jak již bylo uvedeno v teoretické části, očekávaná výnosnost se vypočítá pomocí vzorce historické metody očekávaného výnosu aktiva, tj.

$$r_i = \frac{1}{T-k} \sum_{t=1}^{T-k} r_{i_t},$$

kde počet historických dat je  $T = 505$  a  $k = 1$ , neboť se jedná o jednodenní změnu. Pro skutečnou výnosovou míru  $r_{i_t}$  platí

$$r_{i_t} = \frac{P_{i_t} - P_{i_{t-k}}}{P_{i_{t-k}}} * 100.$$

Průměrná výnosnost se počítá pomocí vzorce

$$\bar{r}_i = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T r_{i_t}.$$

Pro riziko změny výnosnosti byl v teoretické části uveden vzorec

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{T-1} * \sum_{i=1}^T (r_{i_t} - \bar{r}_i)^2}.$$

## 2.3 Kovarianční a korelační matice

Ke zjištění vzájemných vztahů mezi cennými papíry je nutné sestavení kovarianční a korelační matice. Při výpočtech se berou v potaz pouze historické tříměsíční výnosnosti, neboť ty pro nás mají mnohem větší význam než jednodenní výnosnosti.

Kovarianční matice se sestavuje následným způsobem

$$C = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \dots & \sigma_{1n} \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \dots & \sigma_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_{n1} & \sigma_{n2} & \dots & \sigma_{nn} \end{vmatrix}.$$

Aby bylo možné rozpoznat procentuální závislost cenných papírů, je nutné vytvořit korelační matici, která se tvoří následovně

$$R = \begin{vmatrix} 1 & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n} \\ \rho_{21} & 1 & \dots & \rho_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{n1} & \rho_{n2} & \dots & 1 \end{vmatrix}.$$

## 2.4 Portfolio s minimálním rizikem – sell short povolen

V první řadě je nutné stanovit účelovou funkci, jejíž extrém se bude hledat. V případě, že se hledá minimální riziko, bude se účelová funkce minimalizovat, tj.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \rightarrow \min$$

Dále je nezbytné stanovení omezujících podmínek, které vyplývají z požadavků investiční společnosti. První podmínkou je, aby se součet relativních podílů jednotlivých cenných papírů v portfoliu rovnal jedné (tj. 100 %), což zaručuje, že bude při tvorbě portfolia využita stanovená částka. Podmínka je následující

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1.$$

Díky účelové funkci a stanoveným podmínkám je možné sestavit Lagrangeovu funkci, která vypadá následovně

$$L(x, y, \lambda) = f(x, y) + \lambda g(x, y).$$

Po dosazení účelové funkce a podmínek je funkce následující

$$L(\sigma_p^2, \lambda) = \sigma_p^2 + \lambda_1 \left( \sum_{i=1}^6 X_i - 1 \right) =$$



$$= X_1^2 \sigma_1^2 + X_2^2 \sigma_2^2 + \dots + X_6^2 \sigma_6^2 + 2X_1 X_2 \sigma_{1,2} + 2X_1 X_3 \sigma_{1,3} + \dots + 2X_1 X_7 \sigma_{1,7} + \\ + 2X_2 X_3 \sigma_{2,3} + \dots + 2X_5 X_6 \sigma_{5,6} + \lambda_1 X_1 + \lambda_1 X_2 + \dots + \lambda_1 X_6 - \lambda_1.$$

Je ovšem nutné ověřit, zda je bod extrému bodem minima (což jak bylo řečeno v teoretické části) zaručuje Sylvesterova věta, která stanovuje postačující podmínky pro existenci minima.

Jakmile je ověřen bod extrému, je možné sestavit následující soustavu rovnic.

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_1} = 2X_1 \sigma_1^2 + 2X_2 \sigma_{1,2} + 2X_3 \sigma_{1,3} + \dots + 2X_6 \sigma_{1,7} + \lambda_1 = 0$$

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_2} = 2X_2 \sigma_2^2 + 2X_1 \sigma_{2,1} + 2X_3 \sigma_{2,3} + \dots + 2X_6 \sigma_{2,7} + \lambda_1 = 0$$

⋮

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_6} = 2X_6 \sigma_6^2 + 2X_1 \sigma_{6,1} + 2X_2 \sigma_{6,2} + \dots + 2X_5 \sigma_{5,6} + \lambda_1 = 0$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 1.$$

Vypočítáním všech proměnných zjistíme, jaký podíl zaujímá určitý cenný papír v portfoliu.

V poslední řadě zbývá vypočítat výnos a riziko portfolia. Výnos se vypočítá jako vážený průměr průměrných výnosností jednotlivých akcií podle vzorce

$$\bar{r}_p = \sum_{i=1}^n X_i \bar{r}_i = \sum_1^6 X_1 \bar{r}_1 + \dots + X_6 \bar{r}_6$$

zatímco riziko se dopočítá pomocí vzorce

$$\sigma_p = \left[ \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{i,j} \right]^{1/2} = \left[ \sum_{j=1}^6 X_1 X_j \sigma_{1,j} + \dots + X_6 X_j \sigma_{6,j} \right]^{1/2} =$$

$$\left[ X_1X_1\sigma_{1,1} + X_2X_1\sigma_{2,1} + \dots + X_6X_1\sigma_{6,1} + X_1X_2\sigma_{1,2} + \dots + X_6X_2\sigma_{6,2} + X_1X_3\sigma_{1,3} + \dots + X_5X_6\sigma_{5,6} + X_6X_6\sigma_{6,6} \right]^{1/2}.$$

## 2.5 Portfolio s minimálním rizikem – sell short zakázán

Výpočet optimálního portfolia s minimálním rizikem za podmínky, že sell short nebude využit, se značně liší od výpočtu, kdy je sell short zakázán, neboť se již nejedná o lineární programování, ale o kvadratické.

Je nutné stanovit si účelovou funkci, která je totožná, jako v předchozím případě, tj.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n X_i X_j \sigma_{ij} \rightarrow \min.$$

Také je potřeba přidat omezující podmínky, které zaručí, že bude využit veškerý kapitál a bude akceptováno zakázání operace sell short. Podmínky jsou následující:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1,$$

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 6.$$

Výpočet účelové funkce by mohl být proveden například pomocí Wolfeho metody, která vychází z Kuhn Tuckerových podmínek, avšak vzhledem k množství proměnných a podmínek by byl výpočet náročný, proto bude vhodnější využít software - v tomto případě Excel a jeho funkci Řešitel.

Výslednými hodnotami opět budou podíly cenných papírů v portfoliu. Vzhledem k tomu, že se jedná o případ, kdy byl zakázán sell short, může nastat situace, kdy u některého cenného papíru bude výsledná hodnota nula, což znamená, že by investiční společnost neměla do daného cenného papíru investovat.

Další kroky jsou totožné jako v případě, kdy byl sell short povolen. Pomocí stejných vzorců bude zjištěna výnosnost a riziko změny výnosnosti celého portfolia.

## 2.6 Aplikace koeficientu beta

Jak bylo uvedeno v teoretické části, koeficient beta vyjadřuje citlivost aktiva na změnu výnosové míry tržního portfolia. Pro jeho výpočet je nutné znát kovarianční matici a historické hodnoty burzovního indexu, v našem případě indexu Nyse Composite. Beta se vypočítá následným způsobem

$$\beta_i = \frac{\sigma_{iM}}{\sigma_M^2},$$

kde  $\sigma_{iM}$  vyjadřuje kovarianci cenného papíru  $i$  s tržním portfoliem, tedy

$$\sigma_{iM} = \sum_{j=1}^6 X_{ij} * \sigma_{ij} = X_{i1} * \sigma_{1j} + \dots + X_{i6} * \sigma_{6j},$$

a  $\sigma_M^2$  značí kovarianci burzovního indexu s tržním portfoliem, tj.

$$\sigma_M^2 = \sum_{i=1}^6 X_{iM} * \sigma_{iM} = X_{1M} * \sigma_{1M} + \dots + X_{6M} * \sigma_{6M},$$

$X_{iM}$  vyjadřuje podíl cenného papíru  $i$  v tržním portfoliu  $M$ .

Dále je možné zjistit velikost koeficientu beta pro jednotlivá portfolia pomocí vzorce

$$\beta_p = \sum_{i=1}^6 X_i \beta_i = X_1 \beta_1 + \dots + X_6 \beta_6.$$

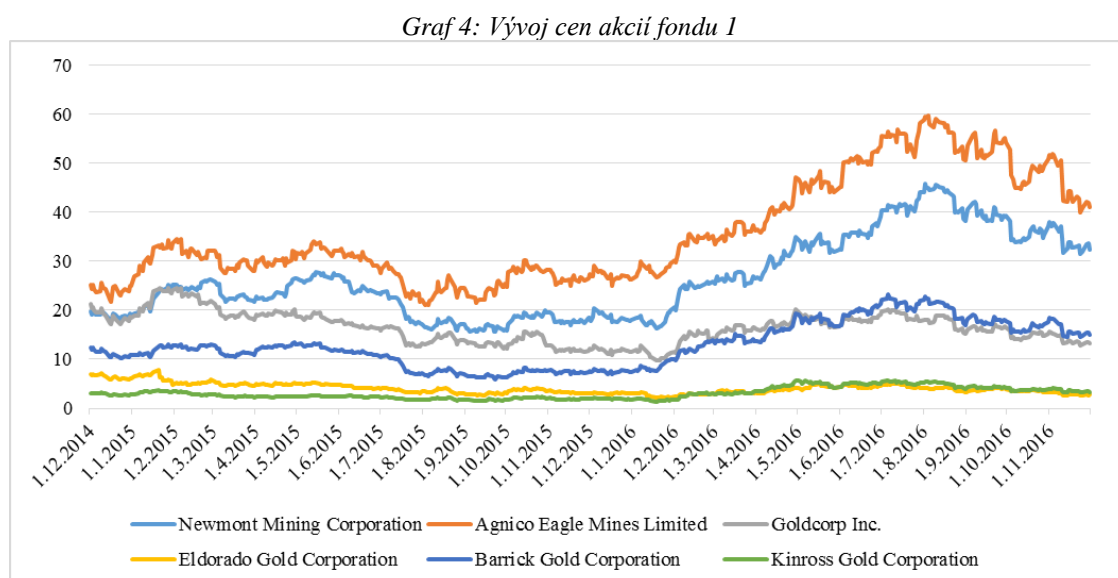
### 3 Vlastní návrh

Část vlastní návrh navazuje na předchozí část, tj. analýzu problému. Jsou zde aplikovány dříve uvedené postupy a vzorce s reálnými čísly a stanovena optimální portfolia pro dané fondy.

#### 3.1 Amundi funds equity global gold mines

Prvním analyzovaným fondem je Amundi funds equity global gold mines, u něhož investoři musejí počítat s vyšším rizikem změny výnosnosti akcií a s kolísavostí cen. Pro snadnější orientaci bude dále portfolio uváděno jako **fond 1**.

V grafu 4 je znázorněn vývoj cen akcií v analyzovaném období, tj. od 1.12.2014 – 30.11.2016. Na první pohled je ihned zřejmé, že kolísavost některých akcií je velmi podobná, z čehož vyplývá, že dané akcie mezi sebou budou mít silnou korelační vazbu.



*Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ na základě YAHOO! FINANCE, 2017*

##### 3.1.1 Výnosnosti a rizika změny výnosnosti cenný papírů

Nejdříve bude vypočítána jednodenní výnosnost a riziko změny výnosnosti akcií. S těmito hodnotami dále nebude pracováno, avšak slouží jako názorná ukázka toho, jak se mohou výnosnosti a rizika, měřená v různých časových intervalech, lišit.

Vypočtená data jsou uvedena v následující tabulce.

Tabulka 3: Jednodenní výnosnosti a riziko změny jednodenního výnosu fondu 1

Datum	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6
1.12.2014	6,85 %	6,90 %	8,25 %	9,89 %	4,37 %	8,57 %
2.12.2014	-2,44 %	-3,50 %	-3,95 %	-2,18 %	-3,87 %	-2,96 %
3.12.2014	2,35 %	4,33 %	1,27 %	3,41 %	3,35 %	4,75 %
4.12.2014	-1,83 %	-4,03 %	-3,19 %	-2,58 %	-3,00 %	1,29 %
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30.11.2016	-3,31 %	-2,15 %	-1,86 %	1,11 %	-2,72 %	-2,37 %
Očekávaná jednodenní výnosnost	0,14 %	0,14 %	-0,04 %	-0,09 %	0,09 %	0,10 %
Průměrná jednodenní výnosnost	0,16 %	0,16 %	-0,03 %	-0,07 %	0,11 %	0,12 %
Riziko změny jednodenního výnosu	2,97 %	3,21 %	3,19 %	4,24 %	3,49 %	4,26 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ na základě YAHOO! FINANCE, 2017

Z tabulky je zřejmé, že očekávané a průměrné jednodenní výnosnosti dosahují CP1, CP2, CP5 a CP6 velmi podobných hodnot, pouze CP3 a CP4 vykazují záporné hodnoty. Naproti tomu riziko změny jednodenního výnosu se již u jednotlivých cenných papírů mírně liší, ale vzhledem k tomu, že se jedná pouze o jednodenní měření, nejsou rozdíly nijak markantní.

Pro nás ovšem bude mít mnohem větší vypovídací hodnotu tříměsíční měření, pro něhož se bude výnosnost i riziko změny výnosnosti měřit stejným způsobem jako u jednodenního měření, s tím rozdílem, že bude stanoveno  $k = 66$ , neboť se předpokládá, že 1 měsíc má 22 pracovních dní.

Tabulka 4: Tříměsíční výnosnosti a riziko změny jednodenního výnosu fondu I

Datum	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6
1.12.2014	-25,87 %	-32,43 %	-22,72 %	-15,46 %	-31,51 %	-22,84 %
2.12.2014	-28,59 %	-35,78 %	-26,47 %	-17,60 %	-34,52 %	-24,36 %
3.12.2014	-27,54 %	-33,96 %	-26,33 %	-15,82 %	-32,95 %	-21,57 %
4.12.2014	-27,04 %	-34,31 %	-25,10 %	-14,05 %	-33,03 %	-18,91 %
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30.11.2016	-18,76 %	-21,69 %	-17,30 %	-23,03 %	-17,56 %	-23,49 %
Očekávaná tříměsíční výnosnost	11,68 %	10,78 %	-2,34 %	-4,10 %	12,32 %	13,05 %
Průměrná tříměsíční výnosnost	10,42 %	9,63 %	-2,74 %	-5,28 %	8,77 %	11,57 %
Riziko změny tříměsíčního výnosu	28,09 %	23,53 %	23,37 %	27,50 %	38,89 %	51,79 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ na základě YAHOO! FINANCE, 2017

Zatímco u jednodenního měření bylo dosaženo velmi podobných hodnot, u tříměsíčního měření jsou již jisté rozdíly v dosažených hodnotách, obzvláště u rizika změny tříměsíčního výnosu. Z tabulky je zřejmé, že nejvýnosnějšími jsou CP1, CP5 a CP6, na druhou stranu je nutno dodat, že se také jedná o jedny z nejrizikovějších investic.

### 3.1.2 Kovarianční a korelační matice

Kovariance výnosností byla zjištěna z tříměsíčních výnosností cenných papírů a dosažené hodnoty jsou znázorněny v tabulce 5.

Tabulka 5: Kovarianční matice fondu I

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6
CP1	46,31	52,63	19,93	4,73	26,72	6,00
CP2	52,63	65,36	24,62	6,11	31,38	7,64
CP3	19,93	24,62	12,62	2,49	12,90	3,55
CP4	4,73	6,11	2,49	1,05	3,15	0,97
CP5	26,72	31,38	12,90	3,15	17,97	4,12
CP6	6,00	7,64	3,55	0,97	4,12	1,35

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Kovarianční matice poskytuje zpětnou vazbu o intenzitě vztahu mezi dvěma cennými papíry. Lze říci, že nás informuje o tom, jak změna výnosnosti jednoho cenného papíru ovlivní výnosnost jiného cenného papíru. Na hlavní ose, jež je zvýrazněná, se nachází rozptyly jednotlivých cenných papírů.

Korelační matice, po dosazení hodnot, vypadá následovně

*Tabulka 6: Korelační matice fondu 1*

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP5	CP6
CP1	1,000	0,957	0,824	0,678	0,926	0,759
CP2	0,957	1,000	0,857	0,737	0,916	0,813
CP3	0,824	0,857	1,000	0,684	0,856	0,859
CP4	0,678	0,737	0,684	1,000	0,726	0,813
CP5	0,926	0,916	0,856	0,726	1,000	0,836
CP6	0,759	0,813	0,859	0,813	0,836	1,000

*Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ*

Jak již bylo řečeno v teoretické části, platí, že kladná čísla, blíží se k jedné, vyjadřují vysokou pozitivní korelaci výnosů cenných papírů a naopak, záporná čísla, blíží se k mínus jedné, znamenají vysokou negativní korelaci. Z tabulky je zřejmé, že cenné papíry jsou mezi sebou silně korelovány, což znamená, že mezi sebou mají silný vzájemný vztah.

### 3.1.3 Portfolio 1 s minimálním rizikem – sell short povolen

Jako první je nutné si hned v počátku stanovit účelovou funkci, která bude minimalizována, a omezující podmínky. Účelová funkce a podmínky jsou následující

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 X_i X_j \sigma_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^6 X_i = 1.$$

Ještě předtím, než se bude řešit Lagrangeova funkce, musí být prověřeno, zda platí, že bod extrému je bodem minima. Bude se vycházet ze Sylvestrovy věty a zjistí se

determinanty matice A, pro kterou platí  $A = 2C$ , kde C je kovarianční matice. Vypočítané determinanty jsou znázorněny v tabulce 7.

Tabulka 7: Determinanty portfolia 1

D1	92,63
D2	1027,94
D3	6882,12
D4	6312,19
D5	24344,76
D6	9874,35

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Všechny determinanty, zaznamenané v tabulce 7, jsou kladné, a proto podle Sylvesterovy věty platí, že je matice pozitivně definitní a nalezený extrém je také bodem minima.

Lagrangeova funkce poté vypadá následovně:

$$L(\sigma_p^2, \lambda) = \sigma_p^2 + \lambda_1 \left( \sum_{i=1}^6 X_i - 1 \right) =$$

$$= 46,31X_1^2 + 65,36X_2^2 + \dots + 1,35X_6^2 + 105,26X_1X_2 + 39,85X_1X_3 + \dots + 12X_1X_6 +$$

$$+ 24,62X_2X_3 + \dots + 8,24X_5X_6 + \lambda_1X_1 + \lambda_1X_2 + \dots + \lambda_1X_6 - \lambda_1.$$

Nyní je možné vyřešit následující soustavu rovnic:

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_1} = 92,63X_1 + 105,26X_2 + 39,85X_3 + \dots + 12X_6 + \lambda_1 = 0$$

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_2} = 130,72X_2 + 105,26X_1 + 49,24X_3 + \dots + 15,27X_6 + \lambda_1 = 0$$

⋮

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_6} = 2,7X_6 + 12X_1 + 15,27X_2 + \dots + 8,24X_5 + \lambda_1 = 0$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 1.$$



Pro lepší přehlednost je v tabulce 8 znázorněna soustava rovnic v obecném tvaru a v tabulce 9 rozšířená matice po dosazení hodnot.

Tabulka 8: Soustava rovnic

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$\lambda_1$	Pravá strana rovnice
$X_1$	$2\sigma_1^2$	$2\sigma_{1,2}$	$2\sigma_{1,3}$	$2\sigma_{1,4}$	$2\sigma_{1,5}$	$2\sigma_{1,6}$	1	0
$X_2$	$2\sigma_{1,2}$	$2\sigma_2^2$	$2\sigma_{2,3}$	$2\sigma_{2,4}$	$2\sigma_{2,5}$	$2\sigma_{2,6}$	1	0
$X_3$	$2\sigma_{1,3}$	$2\sigma_{2,3}$	$2\sigma_3^2$	$2\sigma_{3,4}$	$2\sigma_{3,5}$	$2\sigma_{3,6}$	1	0
$X_4$	$2\sigma_{1,4}$	$2\sigma_{2,4}$	$2\sigma_{3,4}$	$2\sigma_4^2$	$2\sigma_{4,5}$	$2\sigma_{4,6}$	1	0
$X_5$	$2\sigma_{1,5}$	$2\sigma_{2,5}$	$2\sigma_{3,5}$	$2\sigma_{4,5}$	$2\sigma_5^2$	$2\sigma_{5,6}$	1	0
$X_6$	$2\sigma_{1,6}$	$2\sigma_{2,6}$	$2\sigma_{3,6}$	$2\sigma_{4,6}$	$2\sigma_{5,6}$	$2\sigma_6^2$	1	0
$\lambda_1$	1	1	1	1	1	1	0	1

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Po dosazení hodnot za  $\sigma_{i,j}$  vznikne následující rozšířená matice soustavy.

Tabulka 9: Rozšířená matice soustavy portfolia 1

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$\lambda_1$	Pravá strana rovnice
$X_1$	92,63	105,26	39,85	9,45	53,44	12,00	1	0
$X_2$	105,26	130,72	49,24	12,22	62,75	15,27	1	0
$X_3$	39,85	49,24	25,25	4,99	25,80	7,10	1	0
$X_4$	9,45	12,22	4,99	2,10	6,31	1,94	1	0
$X_5$	53,44	62,75	25,80	6,31	35,94	8,24	1	0
$X_6$	12,00	15,27	7,10	1,94	8,24	2,70	1	0
$\lambda_1$	1	1	1	1	1	1	0	1

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Vyřešením rozšířené matice soustavy byly obdrženy váhy jednotlivých cenných papírů v portfoliu. Podíly jsou znázorněny v tabulce 10.

Tabulka 10: Váhy cenných papírů v portfoliu 1

$X_1$	0,1134
$X_2$	-0,1351
$X_3$	-0,0697
$X_4$	0,4654
$X_5$	-0,1119
$X_6$	0,7380

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Dosažené hodnoty vypovídají o tom, kolik procent určitých cenných papírů by mělo tvořit optimální portfolio s minimálním rizikem. Pokud je hodnota záporná, znamená to, že by měl investor u těchto akcií využít operace sell short a dané cenné papíry prodat a později zpět odkoupit.

Tabulka 11: Portfolio 1 s minimálním rizikem

	Název	Výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
CP1	Newmont Mining Corporation	10,42 %	28,09 %	0,1134
CP2	Agnico Eagle Mines Limited	9,63 %	23,53 %	-0,1351
CP3	Goldcorp Inc.	-2,74 %	23,37 %	-0,0697
CP4	Eldorado Gold Corporation	-5,28 %	27,50 %	0,4654
CP5	Barrick Gold Corporation	8,77 %	38,89 %	-0,1119
CP6	Kinross Gold Corporation	11,57 %	51,79 %	0,7380
Výnos portfolia				5,17 %
Riziko portfolia				0,62 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

V tabulce 11 je znázorněno optimální portfolio s minimálním rizikem, které činí 0,62 %. Je zřejmé, že největší podíl v portfoliu mají Kinross Gold Corporation, Eldorado Gold Corporation a Newmont Mining Corporation. Cenné papíry těchto firem jsou pro investora dostatečně výhodné na to, aby si je držel po celou dobu. Zatímco u zbylých

cenných papírů, které představují záporný podíl v portfoliu, bude proveden sell short, což znamená, že investor dané cenné papíry prodá a obdrženou částku investuje do cenných papírů, které si plánuje držet.

### 3.1.4 Portfolio 2 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem – sell short povolen

V předchozím případě bylo ukázáno, jak zjistit optimální portfolio s minimálním rizikem bez ohledu na výši výnosu. Pokud by investiční společnost požadovala určitý výnos, řešení problému by se mírně změnilo, neboť by přibyla další podmínka.

Účelová funkce a podmínky by vypadaly následovně

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 X_i X_j \sigma_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^6 X_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^6 X_i \bar{r}_i = 0,1.$$

Druhá podmínka stanovuje, že výnosnost daného portfolia musí být 10 % p. q.

Platnost existence bodu minima byla ověřena v předchozím portfoliu, proto je možné přejít k výpočtu Lagrangeovy funkce.

$$\begin{aligned} L(\sigma_p^2, \lambda) &= \sigma_p^2 + \lambda_1 \left( \sum_{i=1}^6 X_i - 1 \right) + \lambda_2 \left( \sum_{i=1}^6 X_i \bar{r}_i - 0,1 \right) = \\ &= 46,31X_1^2 + 65,36X_2^2 + \dots + 1,35X_6^2 + 105,26X_1X_2 + 39,85X_1X_3 + \dots + 12X_1X_6 + \\ &+ 24,62X_2X_3 + \dots + 8,24X_5X_6 + \lambda_1 X_1 + \lambda_1 X_2 + \dots + \lambda_1 X_6 - \lambda_1 + 0,1042X_1 + \dots + \\ &+ 0,1157\lambda_2 X_6 - 0,1\lambda_2. \end{aligned}$$

Soustava rovnic vypadá následně:

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_1} = 92,63X_1 + 105,26X_2 + 39,85X_3 + \dots + 12X_6 + \lambda_1 + 0,1042\lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_2} = 130,72X_2 + 105,26X_1 + 49,24X_3 + \dots + 15,27X_6 + \lambda_1 + 0,0963\lambda_2 = 0$$

⋮

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_6} = 2,7X_6 + 12X_1 + 15,27X_2 + \dots + 8,24X_5 + \lambda_1 + 0,1157\lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial \lambda_1} = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 1$$

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial \lambda_2} = 0,01042X_1 + 0,0963X_2 + \dots + 0,1157X_6 = 0,1$$

V maticovém tvaru je soustava rovnic zaznamenána v další tabulce.

*Tabulka 12: Rozšířená matice soustavy portfolia 2*

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	Pravá strana rovnice
$X_1$	92,63	105,26	39,85	9,45	53,44	12,00	1	0,1042	0
$X_2$	105,26	130,72	49,24	12,22	62,75	15,27	1	0,0963	0
$X_3$	39,85	49,24	25,25	4,99	25,80	7,10	1	-0,0274	0
$X_4$	9,45	12,22	4,99	2,10	6,31	1,94	1	-0,0528	0
$X_5$	53,44	62,75	25,80	6,31	35,94	8,24	1	0,0877	0
$X_6$	12,00	15,27	7,10	1,94	8,24	2,70	1	0,1157	0
$\lambda_1$	1	1	1	1	1	1	0	0	1
$\lambda_2$	0,1042	0,0963	-0,0274	-0,0528	0,0877	0,1157	0	0	0,1

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Řešení soustavy rovnic je obsaženo v tabulce 13.

Tabulka 13: Váhy cenných papírů v portfoliu 2

$X_1$	0,1182
$X_2$	-0,1258
$X_3$	-0,1264
$X_4$	0,2263
$X_5$	-0,1174
$X_6$	1,0252

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Je patrné, že se váhy cenných papírů oproti předchozímu portfoliu 1, kdy nebyl pevně stanoven výnos, mírně změnily. Avšak složení cenných papírů, které budou prodány a které budou ponechány, se nezměnilo.

Tabulka 14: Portfolio 2 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem

	Název	Výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
CP1	Newmont Mining Corporation	10,42 %	28,09 %	11,82 %
CP2	Agnico Eagle Mines Limited	9,63 %	23,53 %	-12,58 %
CP3	Goldcorp Inc.	-2,74 %	23,37 %	-12,64 %
CP4	Eldorado Gold Corporation	-5,28 %	27,50 %	22,63 %
CP5	Barrick Gold Corporation	8,77 %	38,89 %	-11,74 %
CP6	Kinross Gold Corporation	11,57 %	51,79 %	102,52 %
Výnos portfolia				10 %
Riziko portfolia				0,64 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

V tabulce je znázorněno, jak by vypadalo optimální portfolio s minimálním rizikem, pokud by byla požadována výnosnost portfolia 10 % p. q. Z obdržených výsledků vyplývá, že by investiční společnost měla investovat do akcií Kinross Gold Corporation, Eldorado Gold Corporation a Newmont Mining Corporation. Zbývající cenné papíry by měly být odprodány a peníze, získané z prodeje, dále investovány.

Za povšimnutí také stojí porovnání výnosu a rizika portfolia 1 a 2. U portfolia 1 bylo požadováno nejnižší možné riziko, které činilo 0,62 %, a výnos vyšel 5,17 %. Zatímco u druhého portfolia, kde bylo požadováno nejnižší riziko při 10% výnosnosti, bylo riziko vypočítáno na 0,64 %, což je velmi podobné riziku portfolia 1. Výše rizika je ovlivněna kovariančními vazbami, mezi cennými papíry a při pohledu do tabulky 5, je patrné, že mezi cennými papíry CP1, CP4 a CP6 je nejnižší kovarianční vazba, proto se tyto cenné papíry vzájemně nejméně ovlivňují a riziko portfolia je tak nízké.

### 3.1.5 Portfolio 3 s minimálním rizikem – sell short zakázán

Dále bude počítáno složení portfolia s minimálním rizikem za podmínky, že je sell short zakázán. Účelová funkce je následující:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 X_i X_j \sigma_{ij} \rightarrow \min.$$

Účelová funkce je shodná, jako v předchozím případě, avšak podmínky se již liší:

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1,$$

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 6.$$

V tomto případě se jedná o kvadratické programování, a proto pro výpočet účelové funkce je využita funkce Řešitel programu Excel. Výsledkem jsou opět váhy cenných papírů v portfoliu, znázorněné v tabulce 15.

Tabulka 15: Váhy cenných papírů v portfoliu 2

$X_1$	0
$X_2$	0
$X_3$	0
$X_4$	0,822657
$X_5$	0
$X_6$	0,177343

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Z tabulky je zřejmé, že v případě zakázaného sell shortu bude investiční společnost investovat pouze do dvou cenných papírů. Většinu své částky bude investovat do CP4, konkrétně 82,27% a zbylou část, tj. 17,73%, do CP6.

Tabulka 16: Portfolio 2 s minimálním rizikem

	Název	Výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
CP1	Newmont Mining Corporation	10,42 %	28,09 %	0
CP2	Agnico Eagle Mines Limited	9,63 %	23,53 %	0
CP3	Goldcorp Inc.	-2,74 %	23,37 %	0
CP4	Eldorado Gold Corporation	-5,28 %	27,50 %	82,27 %
CP5	Barrick Gold Corporation	8,77 %	38,89 %	0
CP6	Kinross Gold Corporation	11,57 %	51,79 %	17,73 %
Výnos portfolia				-2,29 %
Riziko portfolia				1,02 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

V tabulce 16 byl zjištěn celkový výnos a riziko výnosnosti portfolia. Z dosažených výsledků vyplývá, že pokud by investiční společnost investovala pouze do CP4 a CP6 v daném poměru, minimalizovala by sice riziko portfolia, avšak portfolio by nebylo výnosné. Daný výnos bylo možné předpokládat, neboť vysoký podíl v portfoliu tvoří nejméně výnosné akcie.

### 3.1.6 Portfolio 4 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem - sell short zakázán

Jestliže investiční společnost požaduje 10% výnosnost portfolia a zároveň není povolena operace sell short, poté účelová funkce a stanovené podmínky jsou následující

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 X_i X_j \sigma_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 6$$

$$\sum_{i=1}^6 X_i \bar{r}_i = 0,1.$$

Pro vyřešení byla opět použita funkce Řešitel, která zajistila následující výsledky

*Tabulka 17: Váhy cenných papírů v portfoliu 4*

$X_1$	0
$X_2$	0
$X_3$	0
$X_4$	0,093113
$X_5$	0
$X_6$	0,906887

*Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ*

Z výsledků vyplývá, že by investiční společnost měla investovat 90,68 % do CP6 a zbylý podíl do CP4. Ostatní cenné papíry nejsou pro společnost dostatečně výnosné, a proto by do nich nemělo být investováno.



Tabulka 18: Portfolio 4 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem

	Název	Výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
CP1	Newmont Mining Corporation	10,42 %	28,09 %	0
CP2	Agnico Eagle Mines Limited	9,63 %	23,53 %	0
CP3	Goldcorp Inc.	-2,74 %	23,37 %	0
CP4	Eldorado Gold Corporation	-5,28 %	27,50 %	9,31 %
CP5	Barrick Gold Corporation	8,77 %	38,89 %	0
CP6	Kinross Gold Corporation	11,57 %	51,79 %	90,69 %
Výnos portfolia				10 %
Riziko portfolia				1,13 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Jestliže by investiční společnost požadovala výnos portfolia 10 %, pak by minimální riziko portfolia bylo 1,13 %. V portfoliu 4 se díky stanovenému výnosu změnily podíly vah cenných papírů, kde největší podíl tvoří Kinross Gold Corporation, který dosahuje sice nejvyšší výnosnosti, ale také nejvyšší rizikovosti, proto se analogicky také riziko portfolia muselo zvýšit, avšak ne nijak rapidně. Opět díky slabým kovariančním vazbám mezi CP4 a CP6 je riziko poměrně nízké, tedy 1,13 %.

### 3.1.7 Aplikace dosažených výsledků na budoucí hodnoty

Nyní se zaměříme na to, jak by vypadaly výnosy a rizika portfolií v případě, že by se podíly portfolií, zjištěné z historických hodnot, aplikovaly na budoucí hodnoty daného fondu. Budoucí hodnoty v tomto případě představují hodnoty naměřené v období 1.12.2016 – 28.2.2017.

Tabulka 19: Vývoj portfolií fondu 1

	Podíl v portfoliu			
	Portfolio 1	Portfolio 2	Portfolio 3	Portfolio 4
CP1	11,34 %	11,82 %	0	0
CP2	-13,51 %	-12,59 %	0	0
CP3	-6,98 %	-12,64 %	0	0
CP4	46,54 %	22,63 %	82,27 %	9,31 %
CP5	-11,19 %	-11,74 %	0	0
CP6	73,80 %	102,52 %	17,73 %	90,69 %
Výnos portfolia – historické hodnoty	5,17 %	10 %	-2,29 %	10 %
Výnos portfolia – budoucí hodnoty	-7,71 %	-9,75 %	-4,20 %	-8,9 %
Riziko portfolia – historické hodnoty	0,62 %	0,64 %	1,02 %	1,13 %
Riziko portfolia – budoucí hodnoty	0,30 %	0,32 %	0,58 %	0,57 %

Zdroj: VLATNÍ ZPRACOVÁNÍ

Z tabulky vyplývá, že při minimalizaci rizika portfolií byly podíly portfolií vytvořeny správně, neboť při pohledu na rizika portfolií budoucích hodnot je zřejmé, že i zde bylo dosaženo nízkých rizik. Pozitivní zprávou je, že budoucí hodnoty dosahovaly nižších rizik než historické hodnoty. Na druhou stranu, negativním dojmem může působit výnosnost daných portfolií, která je ve všech případech záporná, a to dokonce i u portfolií, kde byla požadovaná výnosnost 10 %.

Avšak je nutné si uvědomit, že model pouze analyzuje historická data a tedy nepředpokládá žádný neočekávaný vývoj. Proto je nutné, aby se investiční společnost neřídila pouze tímto modelem, ale sledovala také aktuální dění a používala zdravý rozum.

### 3.1.8 Aplikace koeficientu beta

Dále se zaměříme na citlivost aktiva na změnu výnosové míry tržního portfolia. Pro výpočet koeficientu beta je nutné znát vývoj burzovního indexu Nyse Composite a dále kovarianční matici.

Pomocí dříve uvedených vzorců byly získány následující hodnoty

*Tabulka 20: Koeficient beta cenných papírů*

	Portfolio 1	Portfolio 2	Portfolio 3	Portfolio 4
CP1	0,1541	0,1789	0	0
CP2	-0,2206	-0,2288	0	0
CP3	-0,0461	-0,0932	0	0
CP4	0,0748	0,0406	0,0540	0,0064
CP5	-0,0936	-0,1094	0	0
CP6	0,1516	0,2345	0,0149	0,0802
Portfolio	0,2078	0,3241	0,0470	0,0733

*Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ*

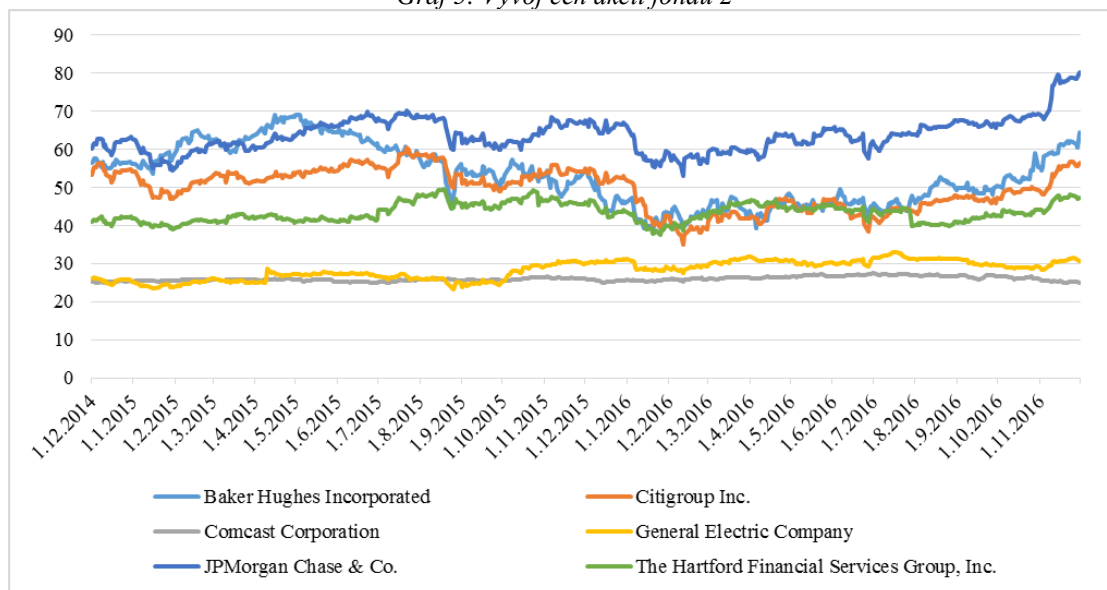
Z tabulky je zřejmé, že dosažené hodnoty se pohybují kolem 0, což znamená, že výnosové míry koeficientu  $0 < \beta < 1$  se pohybují stejným směrem, avšak výnosová míra cenného papíru se pohybuje rozdílným tempem. Pro koeficient  $\beta < 0$  platí, že jeho výnosové míry cenného papíru reagují negativně na pozitivní změnu výnosové míry tržního portfolia.

### 3.2 Amundi funds equity us relative value

Dalším analyzovaným fondem je Amundi funds equity us relative value, jenž investuje do akcií podhodnocených společností. Také u tohoto fondu je třeba brát v potaz vysoké riziko a určitou kolísavost cen. Dále bude fond označován jako **fond 2**.

V grafu 5 je opět zaznamenán vývoj cen v období 1.12.2014 – 30.11.2016. Z grafu je patrné, že hodnoty už nejsou tak silně korelovány, proto se zde dá očekávat mnohem menší korelační vazba, než ve fondu 1.

Graf 5: Vývoj cen akcií fondu 2



Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ na základě YAHOO! FINANCE, 2017

### 3.2.1 Výnosnosti a rizika změny výnosnosti cenný papírů

Stejně jako u předchozího fondu bude nejprve znázorněna očekávaná a průměrná jednodenní výnosnost a riziko jednodenního výnosu.

Tabulka 21: Jednodenní výnosnosti a riziko změny jednodenního výnosu fondu 2

Datum	CP7	CP8	CP9	CP10	CP11	CP12
1.12.2014	-0,86 %	-1,15 %	-0,75 %	-1,77 %	-0,27 %	-0,70 %
2.12.2014	0,42 %	1,89 %	0,80 %	0,12 %	1,80 %	0,80 %
3.12.2014	1,37 %	1,56 %	-0,43 %	1,27 %	0,75 %	0,46 %
4.12.2014	0,14 %	-0,05 %	-1,07 %	-1,10 %	-0,26 %	-0,53 %
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30.11.2016	6,37 %	1,57 %	-1,16 %	-0,93 %	1,58 %	0,43 %
Očekávaná jednodenní výnosnost	0,05 %	0,02 %	-0,001 %	0,04 %	0,06 %	0,03 %
Průměrná jednodenní výnosnost	0,05 %	0,02 %	0,003 %	0,04 %	0,07 %	0,04 %
Riziko změny jednodenního výnosu	2,34 %	1,78 %	0,49 %	1,26 %	1,49 %	1,44 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ na základě YAHOO! FINANCE, 2017

Z dosažených výsledků vyplývá, že všechny cenné papíry mají velmi podobné očekávané a průměrné výnosnosti, zatímco riziko změny výnosu nepatrně rozdílné.

Co je ovšem pro tuto práci důležitější, je zjištění tříměsíčních hodnot, které jsou uvedeny v následující tabulce.

*Tabulka 22: Tříměsíční výnosnosti a riziko změny jednodenního výnosu fondu 2*

Datum	CP7	CP8	CP9	CP10	CP11	CP12
1.12.2014	-18,63 %	2,87 %	-0,63 %	-0,42 %	0,69 %	10,21 %
2.12.2014	-18,00 %	5,78 %	0,08 %	0,15 %	3,25 %	12,15 %
3.12.2014	-16,79 %	6,89 %	0,36 %	1,54 %	3,52 %	12,09 %
4.12.2014	-15,68 %	6,20 %	0,24 %	0,93 %	2,87 %	11,44 %
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
30.11.2016	26,48 %	19,7 %	-7,01 %	-1,50 %	21,07 %	1,39 %
Očekávaná tříměsíční výnosnost	-0,39 %	0,23 %	0,39 %	3,08 %	2,83 %	1,39 %
Průměrná tříměsíční výnosnost	-0,54 %	0,01 %	0,49 %	2,26 %	2,43 %	2,19 %
Riziko změny tříměsíční výnosu	13,71 %	11,69 %	2,46 %	8,41 %	8,48 %	8,49 %

*Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ na základě YAHOO! FINANCE, 2017*

Z tabulky znázorňující očekávané tříměsíční hodnoty je patrné, že CP7 a CP8 vykazují nejnižší očekávanou a průměrnou výnosnost a současně nejvyšší riziko změny výnosu. Nejvýnosnějším cenným papírem v období tří měsíců je CP10, jehož riziko změny je obdobné jako riziko změny CP11 a CP12.

### 3.2.2 Kovarianční a korelační matice

Jako v předchozím fondu, i zde byla kovariance výnosností vyřešena z tříměsíčních výnosností akcií.

Tabulka 23: Kovarianční matice fondu 2

	CP7	CP8	CP9	CP10	C11	CP12
CP7	56,82	21,21	-0,49	1,50	21,26	2,99
CP8	21,21	34,44	-0,80	2,07	29,44	10,03
CP9	-0,49	-0,80	0,41	0,29	-1,03	0,29
CP10	1,50	2,07	0,29	4,85	3,21	-1,18
CP11	21,26	29,44	-1,03	3,21	28,65	6,62
CP12	2,99	10,03	0,29	-1,18	6,62	13,16

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Hodnoty korelační matice jsou znázorněny v další tabulce.

Tabulka 24: Korelační matice fondu 2

	CP7	CP8	CP9	CP10	C11	CP12
CP7	1,000	0,479	-0,102	0,090	0,527	0,109
CP8	0,479	1,000	-0,213	0,160	0,937	0,471
CP9	-0,102	-0,213	1,000	0,202	-0,298	0,125
CP10	0,090	0,160	0,202	1,000	0,272	-0,148
CP11	0,527	0,937	-0,298	0,272	1,000	0,341
CP12	0,109	0,471	0,125	-0,148	0,341	1,000

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Z korelační matice je zřejmé, že zde existuje pouze jedna vysoká pozitivní korelace – mezi CP8 a CP11. U zbylých akcií existuje pouze slabá, až velmi slabá korelace a to jak pozitivní, tak i negativní.

### 3.2.3 Portfolio 5 s minimálním rizikem – sell short povolen

Účelová funkce i podmínky pro stanovení portfolia s minimálním rizikem jsou totožné jako u předchozího fondu, tedy:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 X_i X_j \sigma_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^6 X_i = 1.$$

Determinanty, pro ověření platnost bodu extrému jako bodu minima, jsou zobrazeny v tabulce 25.

Tabulka 25: Determinanty portfolia 5

D7	113,64
D8	6028,46
D9	4764,21
D10	42332,14
D11	195394,49
D12	3175944,73

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Je patrné, že podmínky jsou ověřeny, a proto je bod extrému bodem minima.

Lagrangeova funkce je následující:

$$L(\sigma_p^2, \lambda) = \sigma_p^2 + \lambda_1 \left( \sum_{i=1}^6 X_i - 1 \right) =$$

$$= 56,82X_1^2 + 34,44X_2^2 + \dots + 13,16X_6^2 + 42,42X_1X_2 - 0,98X_1X_3 + \dots + 5,98X_1X_6 -$$

$$- 1,6X_2X_3 + \dots + 13,24X_5X_6 + \lambda_1X_1 + \lambda_1X_2 + \dots + \lambda_1X_6 - \lambda_1.$$

Potom soustava rovnic vypadá takto:

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_1} = 113,64X_1 + 42,42X_2 - 0,99X_3 + \dots + 5,99X_6 + \lambda_1 = 0$$

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_2} = 68,88X_2 + 42,42X_1 - 1,61X_3 + \dots + 20,06X_6 + \lambda_1 = 0$$

⋮

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_6} = 26,32X_6 + 5,99X_1 + 20,06X_2 + \dots + 13,25X_5 + \lambda_1 = 0$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 1.$$

V tabulce 26 je zobrazena rozšířená matice soustavy portfolia 5.

Tabulka 26: Rozšířená matice soustavy portfolia 5

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$\lambda_1$	Pravá strana rovnice
$X_1$	113,64	42,42	-0,99	2,99	42,52	5,99	1	0
$X_2$	42,42	68,88	-1,61	4,14	58,89	20,06	1	0
$X_3$	-0,99	-1,61	0,83	0,57	-2,05	0,59	1	0
$X_4$	2,99	4,14	0,57	9,70	6,41	-2,36	1	0
$X_5$	42,52	58,89	-2,05	6,41	57,29	13,25	1	0
$X_6$	5,99	20,06	0,59	-2,36	13,25	26,32	1	0
$\lambda_1$	1	1	1	1	1	1	0	1

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Vyřešením rozšířené matice soustavy jsou zjištěny jednotlivé váhy cenných papírů. Výsledky jsou zaznamenány v následující tabulce.

Tabulka 27: Váhy cenných papírů v portfoliu 5

$X_1$	-0,0076
$X_2$	-0,0666
$X_3$	1,0127
$X_4$	-0,0534
$X_5$	0,1313
$X_6$	-0,0165

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Díky podmínce, že je při investování povolena operace sell short, mohou akcie dosahovat většího podílu v portfoliu než je 100 %, neboť díky tomu, že budou některé akcie dále prodány, bude investiční společnost disponovat mnohem větší částkou, než původně chtěla investovat. Proto v portfoliu 5 může CP9 dosahovat 101,27% podílu portfolia a CP11 13,13% podílu.

Optimální portfolio s minimálním rizikem poté vypadá následovně.



Tabulka 28: Portfolio 5 s minimálním rizikem

	Název	Výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
CP7	Baker Hughes Incorporated	-0,54 %	13,71 %	-0,76 %
CP8	Citigroup Inc.	0,01 %	11,69 %	-6,66 %
CP9	Comcast Corporation	0,49 %	2,46 %	101,27 %
CP10	General Electric Company	2,26 %	8,41 %	-5,34 %
CP11	JPMorgan Chase & Co.	2,43 %	8,48 %	13,13 %
CP12	The Hartford Financial Services Group, Inc.	2,19 %	8,49 %	-1,65 %
Výnos portfolia				0,67 %
Riziko portfolia				0,57 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Z tabulky je patrné, že by investiční společnost měla investovat nejvíce do akcií společnosti Comcast Corporation a také do JPMorgan Chase & Co.. Zbylé cenné papíry představují záporné podíly, což znamená, že u nich bude provedena operace sell short. V případě, že by bylo dodrženo následující složení portfolia a stanovené podíly, pak by bylo dosaženo výnosu 0,67 % a 0,57% rizika změny výnosnosti

### 3.2.4 Portfolio 6 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem – sell short povolen

Jestliže by byl požadován pevně stanovený výnos portfolia 10 % p. q., bude účelová funkce, minimalizující riziko, a podmínky vypadat takto:

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 X_i X_j \sigma_{ij} \rightarrow \min,$$

$$\sum_{i=1}^6 X_i = 1$$

$$\sum_{i=1}^6 X_i \bar{r}_i = 0,1.$$

Zda je bod extrému také minimem, bylo ověřeno v portfoliu 5, proto je možné přejít k řešení Lagrangeovy funkce.

$$\begin{aligned} L(\sigma_p^2, \lambda) &= \sigma_p^2 + \lambda_1 \left( \sum_{i=1}^6 X_i - 1 \right) + \lambda_2 \left( \sum_{i=1}^6 X_i \bar{r}_i - 0,1 \right) = \\ &= 56,82X_1^2 + 34,44X_2^2 + \dots + 13,16X_6^2 + 42,42X_1X_2 - 0,98X_1X_3 + \dots + 5,98X_1X_6 - \\ &- 1,6X_2X_3 + \dots + 13,24X_5X_6 + \lambda_1X_1 + \lambda_1X_2 + \dots + \lambda_1X_6 - \lambda_1 - 0,0054\lambda_2X_1 + \dots + \\ &+ 0,0219\lambda_2X_6 - 0,1\lambda_2. \end{aligned}$$

Soustava rovnic je následující:

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_1} = 113,64X_1 + 42,42X_2 - 0,99X_3 + \dots + 5,99X_6 + \lambda_1 - 0,0054\lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_2} = 68,88X_2 + 42,42X_1 - 1,61X_3 + \dots + 20,06X_6 + \lambda_1 + 0,0001\lambda_2 = 0$$

⋮

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial X_6} = 26,32X_6 + 5,99X_1 + 20,06X_2 + \dots + 13,25X_5 + \lambda_1 + 0,02186\lambda_2 = 0$$

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial \lambda_1} = X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 = 1$$

$$\frac{\partial L(\sigma_p^2)}{\partial \lambda_2} = -0,0054X_1 + 0,0001X_2 + 0,0050X_3 + \dots + 0,0219X_6 = 0,1.$$

V tabulce 29 je zaznamenána rozšířená matice soustavy.

Tabulka 29: Rozšířená matice soustavy portfolia 6

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$	$X_5$	$X_6$	$\lambda_1$	$\lambda_2$	Pravá strana rovnice
$X_1$	113,64	42,42	-0,99	2,99	42,52	5,99	1	-0,0054	0
$X_2$	42,42	68,88	-1,61	4,14	58,89	20,06	1	0,0001	0
$X_3$	-0,99	-1,61	0,83	0,57	-2,05	0,59	1	0,0049	0
$X_4$	2,99	4,14	0,57	9,70	6,41	-2,36	1	0,0226	0
$X_5$	42,52	58,89	-2,05	6,41	57,29	13,25	1	0,0243	0
$X_6$	5,99	20,06	0,59	-2,36	13,25	26,32	1	0,0219	0
$\lambda_1$	1	1	1	1	1	1	0	0	1
$\lambda_2$	-0,0054	0,0001	0,0049	0,0226	0,0243	0,0219	0	0	0,1

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Po vyřešení soustavy rovnic obdržíme následující podíly cenných papírů.

Tabulka 30: Váhy cenných papírů portfolia 6

$X_1$	-0,1463
$X_2$	-2,4207
$X_3$	-0,8906
$X_4$	0,9059
$X_5$	2,3978
$X_6$	1,1539

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Na první pohled je zřejmé, jak se složení portfolia změnilo oproti portfoliu, kde nebyl pevně stanoven výnos. V portfoliu 5 bylo investováno převážně do akcií, které nedosahovaly nijak vysokého výnosu, proto se složení portfolia muselo podle očekávání změnit a to tak, že bude investováno primárně do akcií, které jsou výnosné.

Tabulka 31: Portfolio 6 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem

	Název	Výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
CP7	Baker Hughes Incorporated	-0,54 %	13,71 %	-14,63 %
CP8	Citigroup Inc.	0,01 %	11,69 %	-242,07 %
CP9	Comcast Corporation	0,49 %	2,46 %	-89,06 %
CP10	General Electric Company	2,26 %	8,41 %	90,59 %
CP11	JPMorgan Chase & Co.	2,43 %	8,48 %	239,78 %
CP12	The Hartford Financial Services Group, Inc.	2,19 %	8,49 %	115,39 %
Výnos portfolia				10 %
Riziko portfolia				5,40 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

V případě, že by investiční společnost měla pevně stanovenou výnosovou míru, pak by minimální riziko portfolia bylo 5,40 % a pro společnost by bylo nejvhodnější investovat vše do akcií, které disponují nejvyšším výnosem, tj. CP10, CP11, CP12. Zbylé akcie s nižším výnosem bude nejvýhodnější prodat a obdržené peníze investovat do výnosnějších akcií.

Portfolio 6 dosahuje značně vyššího rizika než portfolio 5, což je způsobeno požadovaným výnosem, neboť kvůli němu se musela změnit struktura optimálního portfolia a už se zde nenachází pouze cenné papíry, které mají mezi sebou nejnížší kovarianční vazbu.

### 3.2.5 Portfolio 7 s minimálním rizikem – sell short zakázán

Účelová funkce pro minimalizaci rizika je totožná, jako v předchozích případech, tj.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 X_i X_j \sigma_{ij} \rightarrow \min.$$

Avšak kvůli zakázání operace sell short přibyla jedna podmínka. Podmínky jsou následující

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1,$$

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 6.$$

Jak již bylo řečeno, nejedná se o lineární programování, a proto pro výpočet účelové funkce je opět využita funkce Řešitel programu Excel. Obdržené hodnoty nás opět informují o tom, jaký podíl určité cenné papíry v portfoliu zaujímají.

*Tabulka 32: Váhy cenných papírů v portfoliu 7*

$X_1$	0
$X_2$	0
$X_3$	0,9537
$X_4$	0
$X_5$	0,0462
$X_6$	0

*Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ*

Je evidentní, že investiční společnost bude investovat pouze do dvou cenných papírů, tj. CP9 a CP11. Složení optimálního portfolia je obsaženo v tabulce 33.

Tabulka 33: Portfolio 7 s minimálním rizikem

	Název	Výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
CP7	Baker Hughes Incorporated	-0,54 %	13,71 %	0
CP8	Citigroup Inc.	0,01 %	11,69 %	0
CP9	Comcast Corporation	0,49 %	2,46 %	95,37 %
CP10	General Electric Company	2,26 %	8,41 %	0
CP11	JPMorgan Chase & Co.	2,43 %	8,48 %	4,62 %
CP12	The Hartford Financial Services Group, Inc.	2,19 %	8,49 %	0
Výnos portfolia				0,58 %
Riziko portfolia				0,59 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Z dosažených výsledků je patrné, že pokud by investiční společnost investovala jenom do doporučených cenných papírů Comcast Corporation a JPMorgan Chase & Co., pak by portfolio dosahovalo výnosnosti 0,58 % a rizika změny 0,59 %.

### 3.2.6 Portfolio 8 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem – sell short zakázán

Účelová funkce a podmínky pro stanovení optimálního portfolia s minimálním rizikem a pevně stanoveným výnosem je stejná, jako v portfoliu 4, tj.

$$\sigma_p^2 = \sum_{i=1}^6 \sum_{j=1}^6 X_i X_j \sigma_{ij} \rightarrow \min$$

$$\sum_{i=1}^n X_i = 1$$

$$X_i \geq 0, i = 1, 2, \dots, 6$$

$$\sum_{i=1}^6 X_i \bar{r}_i = 0,1.$$

Zde však nastal problém, neboť dané portfolio není schopné dosáhnout výnosnosti 10 %, jeho maximální možná výnosnost činí 2,43 %, proto bude dále počítáno s touto výnosností.

Pomocí funkce Řešitel byly zjištěny níže uvedené výsledky

*Tabulka 34: Váhy cenných papírů v portfoliu 8*

$X_1$	0
$X_2$	0
$X_3$	0
$X_4$	0
$X_5$	1,00
$X_6$	0

*Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ*

Obdržené výsledky určují, že by se portfolio mělo skládat pouze z jednoho cenného papíru CP11. Optimální složení je zobrazeno v tabulce 35.

Tabulka 35: Portfolio 8 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem

	Název	Výnos	Riziko	Podíl v portfoliu
CP7	Baker Hughes Incorporated	-0,54 %	13,71 %	0
CP8	Citigroup Inc.	0,01 %	11,69 %	0
CP9	Comcast Corporation	0,49 %	2,46 %	0
CP10	General Electric Company	2,26 %	8,41 %	0
CP11	JPMorgan Chase & Co.	2,43 %	8,48 %	100 %
CP12	The Hartford Financial Services Group, Inc.	2,19 %	8,49 %	0
Výnos portfolia				2,43 %
Riziko portfolia				5,35 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

V případě, že společnost nemůže odprodat nějaké akcie, pak není možné vytvořit optimální složení portfolia, které by dosahovalo výnosnosti 10 %. Maximální možná výnosnost portfolia dosahuje 2,43 % a to pouze v případě, pokud bude vše investováno do nejvýhodnějšího cenného papíru společnosti JPMorgan Chase & Co. Riziko portfolia, které bude závislé pouze na jedné akci, bude 5,35 %

### 3.2.7 Aplikace dosažených výsledků na budoucí hodnoty

Také u tohoto fondu se zaměříme na to, jak by vypadaly výnosy a rizika portfolií v případě, že budou podíly portfolií z historických hodnot dosazeny do budoucích hodnot. Budoucí hodnoty, stejně jako v předchozím případě, jsou z období 1.12.2016 – 28.2.2017.



Tabulka 36: Vývoj portfolií fondu 2

	Podíl v portfoliu			
	Portfolio 1	Portfolio 2	Portfolio 3	Portfolio 4
CP1	-0,76 %	-14,63 %	0	0
CP2	-6,66 %	-242,08 %	0	0
CP3	101,27 %	-89,06 %	95,37 %	0
CP4	-5,34 %	90,59 %	0	0
CP5	13,13 %	239,78 %	4,63 %	100 %
CP6	-1,65 %	115,39 %	0	0
Výnos portfolia – historické hodnoty	0,67 %	10 %	0,58 %	2,43 %
Výnos portfolia – budoucí hodnoty	-1,92 %	27,84 %	-1,97 %	25,30 %
Riziko portfolia – historické hodnoty	0,57 %	5,40 %	0,59 %	5,35 %
Riziko portfolia – budoucí hodnoty	0,93 %	3,94 %	0,74 %	2,44 %

Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ

Z tabulky plyne, že dané podíly portfolií byly opět poskládány správně a je možné je aplikovat také na budoucí hodnoty daných portfolií. Je také zřejmé, že výnosnosti některých cenných papírů musely značně narůst, neboť při požadované výnosnosti 10 % z historických hodnot, budoucí hodnoty dosahují výnosnosti 27,84 % a 25,30 %.

Avšak jak již bylo řečeno, model vychází pouze z historických hodnot a nezahrnuje tu možnost, že by mohl nastat nějaký neočekávaný vývoj ať už jednotlivých akcií nebo celého trhu. Proto je vhodné brát tento model jako podpůrný.

### 3.2.8 Aplikace koeficientu beta

Jako poslední zbývá určit velikost koeficientu beta, který informuje o tom, jak je aktivum citlivé na změnu výnosové míry tržního portfolia. Koeficient beta je znázorněn v tabulce 37.

*Tabulka 37: Koeficient beta cenných papírů fondu 2*

	Portfolio 5	Portfolio 6	Portfolio 7	Portfolio 8
CP7	-0,0045	-0,0423	0	0
CP8	-0,0370	-0,6529	0	0
CP9	-0,0077	0,0033	-0,0067	0
CP10	-0,0033	0,0272	0	0
CP11	0,0668	0,5915	0,0216	0,04727931
CP12	-0,0030	0,1031	0	0
Portfolio	0,0036	3,1455	-0,0054	0,0473

*Zdroj: VLASTNÍ ZPRACOVÁNÍ*

Obdržené hodnoty cenných papírů jsou podobné jako ve fondu 1, tzn. že se koeficient beta pohybuje kolem 0. Pro výnosové míry, jejichž koeficient beta je kladný, platí, že se pohybují stejným směrem, ale rozdílným tempem. Analogicky pro výnosové míry se záporným koeficientem Beta platí pohyb opačným směrem.

Zásadní změna ovšem nastala u koeficientu u portfolia, kde hodnota  $\beta > 1$ , proto platí, že výnosnost celého portfolia reaguje na změnu výnosnosti tržní míry pozitivně, avšak mění se mnohem rychleji než výnosnost tržní míry.

## Závěr

Cílem diplomové práce bylo sestavit pro vybranou investiční společnost optimální portfolio. Celkem bylo sestaveno osm různých portfolio, která znázorňují, jak se změní míra výnosnosti a rizika, jestliže každé portfolio bude vytvořeno za různých podmínek. Portfolia byla vytvořena z akcií, která jsou součástí investičních fondů skupiny Amundi a jejich společným rysem je, že jsou obchodovatelné na americké burze New York Stock Exchange a jejich reprezentativním indexem je Nyse composite.

Prvním investičním fondem, z něhož byla složena portfolio, byl Amundi funds equity global gold mines, který investuje do akcií společností, které se orientují na sektor těžby zlata a které působí v oblasti cenných kovů a nerostů. Již z historických hodnot akcií bylo zřejmé, že kolísavost některých akcií se velmi podobala, což značilo, že mezi akciemi byla silná korelační vazba, která se následně potvrdila v korelační matici. Prvním vytvořeným portfolio bylo portfolio 1 s minimálním rizikem, respektující povolení operace sell short. Minimální riziko portfolio 1 činilo 0,62 % s výnosem 5,17 %. Také pro druhé portfolio, tj. portfolio 2, byla povolena operace sell short a hledalo se minimální riziko, avšak přibyla zde další podmínka v podobě pevně stanoveného výnosu 10 % p. q. Minimální riziko, v případě 10% výnosu, bylo 0,64 %. Z výsledků bylo patrné, že i přesto, že se výnosnost téměř dvojnásobně zvýšila, riziko se zvýšilo nepatrně, což způsobila kovarianční vazba mezi cennými papíry. Vzhledem k tomu, že akcie, které mezi sebou měly vysokou kovarianční vazbu, byly prodány, a zbylé si investiční společnost ponechala, riziko portfolio mohlo dosahovat takových nízkých hodnot. Zbývající portfolio tohoto fondu byla vytvořena za předpokladu, že je na trhu operace sell short zakázána, tedy dané akcie není možné dále prodat. V tomto případě, portfolio 3 s minimálním rizikem vykazovalo záporný výnos -2,29 % s rizikem 1,02 %. Jestliže byla požadována výnosnost 10 % p. q., pak se riziko zvýšilo na 1,13 %. Jak již bylo zmíněno, výše rizika závisí na kovariančních vazbách mezi cennými papíry, proto nárůst výnosnosti neovlivňuje míru rizika. Dále byl zkoumán koeficient beta, tedy citlivost daného aktiva na změnu výnosové míry tržního portfolio. Ze zjištěných hodnot bylo patrné, že výnosové míry koeficientu beta se pohybují kolem 0, v případě  $0 < \beta < 1$  reagují pozitivně na pozitivní změnu výnosové míry tržního portfolio a naopak, jestliže  $\beta < 0$ , poté reagují negativně na pozitivní změnu výnosové míry tržního portfolio.

Druhým investičním fondem, z něhož byla vytvořena portfolia, byl investiční fond Amundi funds equity us relative value, který investuje do akcií podhodnocených společností. U tohoto fondu bylo z historických hodnot patrné, že hodnoty nebyly mezi sebou tak silně korelovány. Stejně jako u předchozího fondu, první dvě portfolia byla tvořena za předpokladu, že je povolena operace sell short. První portfolio, tj. portfolio 5, které minimalizovalo svoje riziko, dosahovalo výnosnosti 0,67 % a minimálního rizika 0,57 %. Nízká výnosnost portfolia byla zapříčiněna nízkými tříměsíčními výnosnostmi jednotlivých titulů. V případě požadované výnosnosti 10 % p. q. vykazovalo portfolio 6 minimální možné riziko 5,40 %. Velký nárůst rizika způsobila změna struktury optimálního portfolia kvůli požadované výnosnosti. Další dvě portfolia byla vytvořena za předpokladu, že není povolena operace sell short. Portfolio 7 dosahovalo minimálního rizika 0,59 % a výnosnosti portfolia 0,58 %. Problém nastal v případě, kdy byla požadována výnosnost 10 % p. q. Akcie v daném fondu vykazovaly poměrně nízké výnosnosti a v případě žádného zpětného prodeje nebylo možné poskládat portfolio tak, aby dosahovalo výnosnosti 10 %. Maximální možná výnosnost portfolia 8 byla 2,43 % s minimálním rizikem 5,35 %. Poslední byl, stejně jako v předchozím fondu, zkoumán koeficient beta, který se také pohyboval kolem 0. Platí tedy pro  $\beta < 0$ , že se výnosnost portfolií pohybuje opačným směrem než výnosnost tržního portfolia, pro  $0 < \beta < 1$  platí pohyb stejným směrem jako výnosnost tržního portfolia.

Závěrem je nutné zmínit, že tento model vychází pouze z historických dat, proto je potřeba brát ho pouze jako podpůrný. Pro úspěšnou investici do cenných papírů je nezbytné, aby investiční společnost sledovala také aktuální vývoj na trzích.

## Zdroje

AMUNDI. Amundi funds equity global gold mines. *Amundi.cz* [online]. 2017a [cit. 2017-02-14]. Dostupné z: <http://www.amundi-funds.com/priv/product/index.php?isin=LU0568608276&doc=FP>

AMUNDI. Amundi funds equity us relative value. *Amundi.cz* [online]. 2017b [cit. 2017-02-14]. Dostupné z: <http://www.amundi-funds.com/priv/product/index.php?isin=LU0568605926&doc=FP>

BENNINGA, Simon. *Financial modeling*. Fourth edition. Cambridge, Massachusetts: The MIT Press, 2014. ISBN 9780262027281.

BRADA, Jaroslav. *Teorie portfolia*. Praha: Vysoká škola ekonomická, 1996. ISBN 80-7079-259-0.

CIPRA, Tomáš. *Matematika cenných papírů*. 1. vyd. Praha: Professional Publishing, 2013. ISBN 978-80-7431-079-9.

CVITANIĆ, Jakša. a Fernando. ZAPATERO. *Introduction to the economics and mathematics of financial markets*. Cambridge, Mass.: MIT Press, c2004. ISBN 0262033208.

ČÁMSKÝ, František. *Teorie portfolia*. 2., přeprac. a rozš. vyd. Brno: Masarykova univerzita, 2007. ISBN 978-80-210-4252-0.

FOCARDI, Sergio M. a Frank J. FABOZZI. *The mathematics of financial modeling and investment management*. New Jersey: Wiley, 2004. ISBN 0471465992.

FOTR, Jiří a Jiří HNILICA. *Aplikovaná analýza rizika ve finančním managementu a investičním rozhodování*. 2., aktualiz. a rozš. vyd. Praha: Grada, 2014. Expert (Grada). ISBN 978-80-247-5104-7.

HARTMAN, Ondřej. *Začínáme na burze: jak uspět při obchodování na finančních trzích - akcie, komodity a forex*. Brno: BizBooks, 2013. ISBN 978-80-265-0033-9.

JANDA, Josef. *Spořit nebo investovat?*. Praha: Grada, 2011. Finance pro každého. ISBN 9788024736709.

JÍLEK, Josef. *Akciové trhy a investování*. Praha: Grada, 2009. Finanční trhy a instituce. ISBN 978-80-247-2963-3.

MARKOWITZ, Harry M.. *The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear Constraints*, Naval Research Logistics Quarterli, Vol. 3, No. 1-2 1956, s. 11-133

MOUČKA, Jiří a Petr RÁDL. *Matematika pro studenty ekonomie*. 2., upravené a doplněné vydání. Praha: Grada Publishing, 2015. Expert (Grada). ISBN 978-80-247-5406-2.

MUSÍLEK, Petr. *Trhy cenných papírů*. 2., aktualiz a rozš. vyd. Praha: Ekopress, 2011. ISBN 978-80-86929-70-5.

POLOUČEK, Stanislav. *Peníze, banky, finanční trhy*. Vyd. 1. V Praze: C.H. Beck, 2009. Beckovy ekonomické učebnice. ISBN 978-80-7400-152-9.

RADOVÁ, Jarmila, Petr DVOŘÁK a Jiří MÁLEK. *Finanční matematika pro každého*. 8., rozš. vyd. Praha: Grada, 2013. Finance (Grada). ISBN 978-80-247-4831-3.

REJNUŠ, Oldřich. *Finanční trhy*. 3., rozš. vyd. Ostrava: Key Publishing, 2011. Ekonomie (Key Publishing). ISBN 978-80-7418-128-3.

REJNUŠ, Oldřich. *Teorie a praxe obchodování s cennými papíry: investice do cenných papírů, světové kapitálové trhy, specifika soudobého kapitálového trhu České republiky*. Vyd. 1. Praha: Computer Press, 2001. Praxe manažera. ISBN 80-7226-571-7.

REVENDA, Zbyněk, Martin MANDEL, Jan KODERA, Petr MUSÍLEK a Petr DVOŘÁK. *Peněžní ekonomie a bankovníctví*. 5., aktualizované vydání - dotisk. Praha: Management Press, 2014. ISBN 978-80-7261-279-6.

SYROVÝ, Petr. *Investování pro začátečníky*. 3. zcela přepracované vydání. Praha: Grada Publishing, 2016. Investice. ISBN 978-80-271-0092-7.

YAHOO! FINANCE. *Yahoo! Finance* [online]. 2017 [cit. 2017-02-14]. Dostupné z: [www.finance.yahoo.com](http://www.finance.yahoo.com)

## Seznam tabulek

Tabulka 1: Složení fondu Amundi funds equity global gold mines .....	38
Tabulka 2: Složení fondu Amundi funds equity US relative value .....	38
Tabulka 3: Jednodenní výnosnosti a riziko změny jednodenního výnosu fondu 1 .....	45
Tabulka 4: Tříměsíční výnosnosti a riziko změny jednodenního výnosu fondu 1 .....	46
Tabulka 5: Kovarianční matice fondu 1 .....	46
Tabulka 6: Korelační matice fondu 1 .....	47
Tabulka 7: Determinanty portfolia 1 .....	48
Tabulka 8: Soustava rovnic.....	49
Tabulka 9: Rozšířená matice soustavy portfolia 1 .....	49
Tabulka 10: Váhy cenných papírů v portfoliu 1 .....	50
Tabulka 11: Portfolio 1 s minimálním rizikem.....	50
Tabulka 12: Rozšířená matice soustavy portfolia 2 .....	52
Tabulka 13: Váhy cenných papírů v portfoliu 2 .....	53
Tabulka 14: Portfolio 2 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem .....	53
Tabulka 15: Váhy cenných papírů v portfoliu 2 .....	54
Tabulka 16: Portfolio 2 s minimálním rizikem.....	55
Tabulka 17: Váhy cenných papírů v portfoliu 4 .....	56
Tabulka 18: Portfolio 4 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem .....	57
Tabulka 19: Vývoj portfolií fondu 1 .....	58
Tabulka 20: Koeficient beta cenných papírů .....	59
Tabulka 21: Jednodenní výnosnosti a riziko změny jednodenního výnosu fondu 2 .....	60
Tabulka 22: Tříměsíční výnosnosti a riziko změny jednodenního výnosu fondu 2 .....	61
Tabulka 23: Kovarianční matice fondu 2 .....	62
Tabulka 24: Korelační matice fondu 2 .....	62
Tabulka 25: Determinanty portfolia 5 .....	63
Tabulka 26: Rozšířená matice soustavy portfolia 5 .....	64
Tabulka 27: Váhy cenných papírů v portfoliu 5 .....	64
Tabulka 28: Portfolio 5 s minimálním rizikem.....	65
Tabulka 29: Rozšířená matice soustavy portfolia 6.....	67
Tabulka 30: Váhy cenných papírů portfolia 6 .....	67

Tabulka 31: Portfolio 6 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem .....	68
Tabulka 32: Váhy cenných papírů v portfoliu 7 .....	69
Tabulka 33: Portfolio 7 s minimálním rizikem.....	70
Tabulka 34: Váhy cenných papírů v portfoliu 8 .....	71
Tabulka 35: Portfolio 8 s minimálním rizikem a stanoveným výnosem .....	72
Tabulka 36: Vývoj portfolií fondu 2.....	73
Tabulka 37: Koefficient beta cenných papírů fondu 2.....	74



## Seznam grafů

Graf 1: "Deštníkový tvar" přípustné množiny všech portfolií .....	29
Graf 2: Přímka kapitálového trhu CML.....	34
Graf 3: Přímka trhu cenných papírů SML .....	35
Graf 4: Vývoj cen akcií fondu 1 .....	44
Graf 5: Vývoj cen akcií fondu 2 .....	60

## Seznam obrázků

Obrázek 1: Magický trojúhelník investování.....	22
Obrázek 2: Sklony indifferenční křivky.....	28